

# **Hamburger Beiträge zur Mathematik**

**Nr.316  
September 2008**

**Mathematik und Psychoanalyse: Versuche einer Annäherung**

**Frege und Freud über die Verneinung**

**von Ernst Kleinert**

## Mathematik und Psychoanalyse: Versuche einer Annäherung

1

“Alles, was Gegenstand wissenschaftlichen Denkens überhaupt sein kann, verfällt, sobald es zur Bildung einer Theorie reif ist, der axiomatischen Methode und damit mittelbar der Mathematik”, schrieb Hilbert <sup>1</sup>. Ein kühner Satz; doch war ihm Kant vorangegangen, als er behauptete, daß „in jeder besonderen Naturlehre nur soviel eigentliche Wissenschaft angetroffen werden könne, als darin Mathematik anzutreffen ist” <sup>2</sup>. Dahinter stand (neben systematischen Gründen) wohl der gewaltige Eindruck, den die Erfolge der Newtonschen Mechanik auf die Zeitgenossen gemacht hatten. Newton war gelungen, worum sich schon das Altertum ohne rechten Erfolg bemüht hatte, nämlich die Bewegungen, welche Körper im (äußeren) Raum unter dem Einfluß von Kräften vollziehen, auf die “richtigen” Grundbegriffe zu bringen, nämlich Masse, Geschwindigkeit und Beschleunigung, und aus Gesetzmäßigkeiten, unter welchen diese Grundbegriffe stehen, so zu erklären, daß erfolgreiche Voraussagen möglich wurden. In vergleichbarer Weise, so schien mir immer, hat Freud das menschliche Seelenleben, also Bewegungen im „inneren Raum“, auf Grundbegriffe gebracht – das Es, Ich und Überich, das Vorbewußte und Unbewußte, die Triebe – , die genügend elementar erscheinen, um der Lehre von diesem Leben als Grundlage zu dienen <sup>3</sup>. Aber auch wenn das zutrifft, wird man Freud noch nicht den Newton des Seelenlebens nennen können, denn es fehlt die axiomatische Fixierung der Gesetzmäßigkeiten, welche diese Grundbegriffe miteinander verbinden, und eine aus ihnen abgeleitete mathematische Entfaltung. Der Grund für dieses Fehlen ist leicht auszumachen, nämlich die ungleich größere Komplexität des Seelenlebens. Obwohl eine axiomatische Fundierung nicht einmal in Teilen der Psychoanalyse vorliegt, vielmehr die Arbeit an den Grundbegriffen anhält, hat es nicht an Versuchen gefehlt, mathematica an sie heranzutragen. Das ist vollkommen legitim, denn selbst innerhalb der Mathematik war solche Fundierung ein spätes Produkt. Wir wollen hier einige dieser Versuche sichten und gleichzeitig Betrachtungen über ihre prinzipiellen Möglichkeiten anstellen.

2

Wir gehen erst auf den Widerstand ein, der sich in manchen Gemütern gegen das Ansinnen regt, das Seelenleben unter Mathematik zu setzen. Was haben die “Taten und Leiden” der menschlichen Seele mit Formeln zu tun, oder von der andern Seite sozusagen: wie paßt die Klarheit und Unzweideutigkeit der Mathematik zu den Wirrungen des Seelenlebens? Der Antagonismus könnte doch kaum größer sein: hier die Rationalität selbst, dort das Irrationale in der stärksten denkbaren Ausprägung dieses Begriffs.

Zunächst ist an die Einsicht zu erinnern, die Freud nicht als Erster hatte, die er aber als Erster in einen adäquaten begrifflichen Rahmen gestellt hat, daß sich nämlich das Seelenleben zum größten und vielfach entscheidenden Teil im Unbewußten abspielt und wir nicht wissen, wieviel davon zur Oberfläche des Bewußtseins dringt, und auch nicht, welche Rolle dabei das spielt, was wir unseren freien Willen nennen. Wir sprechen denn auch ohne weiteres von Mechanismen, die im Unbewußten wirken, von Prozessen, die

2

sich nach eigenen Gesetzmäßigkeiten vollziehen. Wo man aber von Mechanismen und Gesetzmäßigkeit sprechen kann, ist auch Mathematik nicht fern. Die hier erforderte Mathematik wird sicherlich komplexer, "höherstufig" sein als die Infinitesimalrechnung, die Newton für seine Mechanik brauchte und erschuf. Aber mit Komplexität jeden Kalibers nimmt es die Mathematik heute mühelos auf (es gibt sogar eine mathematische Komplexitätstheorie); und wo die Komplexität ins Chaos umschlägt, gewinnen statistische Aussagen an Geltung. Sie hat auch längst die Beschränkungen unserer gewöhnlichen Erfahrungsmöglichkeiten hinter sich gelassen, was wohl eine Voraussetzung dafür ist, sich dem Seelenleben mathematisch zu nähern; höhere Dimensionen und nichteuklidische Geometrien sind nur die bekanntesten Beispiele dafür.

Sodann ist von der (axiomatischen) Methode her klar, daß Mathematisierungen immer nur regional, innerhalb eines engen, notwendig mehr oder weniger idealisierten begrifflichen Rahmens stattfinden können; das gilt ja auch für den Bereich der Newtonschen Triumphe. Bekanntlich ließ sich Laplace durch diese Triumphe (namentlich in der Himmelsmechanik) zu der Behauptung verleiten, man könne den künftigen Verlauf des gesamten Weltprozesses berechnen, wenn man nur den Gesamtzustand in *einem* Augenblick kenne; und ebenso bekanntlich hat die neuere Physik diesen Gedanken gegenstandslos gemacht. In ähnlicher Weise werden sich (nach meiner Überzeugung) verwandte zeitgenössische Thesen über die menschliche Hirntätigkeit als gegenstandslos erweisen (wobei die *reductio ad absurdum* hier wohl eher der Logik als der Physik obliegt). Aber ebenso wie das Verenden des Laplaceschen Dämons die klassische Mechanik nicht außer Kraft gesetzt hat, diese vielmehr weiterhin mit Erfolg eingesetzt wird, wo die Grundannahmen hinreichend gut erfüllt sind, werden auch die wirklichen Einsichten der Neurophysiologie des Gehirns ihr Recht behalten (wobei wir noch hoffen müssen, daß sie mehr zum Nutzen als zum Schaden der Menschheit eingesetzt werden). Dann wird man aber auch akzeptieren können, daß einzelne, begrifflich genau eingegrenzte psychische Strukturen und Prozesse mathematisch erfaßt werden können.

Schließlich und vor allem besteht Mathematik nicht (und bestand auch nie) aus Formeln allein; der Hauptzweck aller Mathematik ist vielmehr, eine *Ordnung von Begriffen* herzustellen. Prinzipiell kann jeder Gegenstandsbereich mathematisiert werden, sobald nur die Grundbegriffe, die zu seiner Beschreibung dienen, hinreichend scharf gefaßt und voneinander abgesetzt sind. Einen Sinn hat Mathematisierung dann, wenn die Phänomene im Gegenstandsbereich hinreichend regelhaften Gesetzmäßigkeiten unterliegen; diese übersetzen sich dann in logische Beziehungen der Grundbegriffe untereinander, die in Axiomen fixiert werden und das ausmachen, was man "Struktur" nennt. Im Idealfall kann man auf rein mathematischem Weg zu Folgerungen gelangen, die ohne Mathematik nicht erreichbar wären, die sich aber empirisch bewähren. Im Fall der Psychoanalyse ist freilich schon viel gewonnen, wenn es gelingt, mathematische Strukturen mit solchen des Seelenlebens überhaupt in eine nachvollziehbare und nichttriviale Verbindung zu bringen.

Wir haben damit die Frage berührt (und Antworten angedeutet), was Psychoanalyse von der Mathematik überhaupt erwarten kann. Verschiedene Autoren machen von der Mathematik verschiedenen Gebrauch, und es mag nützlich sein, einige Formen oder Stufen der Mathematisierung vorweg zu umreißen.

Der engste Begriff ist die klassische Anwendung. Einem Bereich von Phänomenen wird ein *mathematisches Modell* unterlegt in der Hoffnung, daß sich das, was rein mathematisch aus dem Modell abgeleitet werden kann, in zutreffende Aussagen über den Phänomenbereich zurückübersetzen läßt. Man kann das graphisch als eine Art Umweg darstellen: er führt von der Ebene der Phänomene in die Modellebene, innerhalb dieser zu mathematischen Folgerungen, sodann zurück zu den Phänomenen<sup>4</sup>. Die klassische Formulierung (vielleicht der meistzitierte Satz der ganzen Wissenschaftstheorie) stammt von Heinrich Hertz: "Wir machen uns innere Scheinbilder oder Symbole von den äußeren Dingen, und zwar machen wir sie von solcher Art, daß die denknöwendigen Folgen der Bilder stets wieder die Bilder der naturnotwendigen Folgen der abgebildeten Gegenstände sind"<sup>5</sup>. Das am meisten klassische Beispiel ist wiederum die Mechanik Newtons. Der Erfahrungsraum wird durch eine Punktmenge, den euklidischen Raum  $\mathbb{R}^3$  wiedergegeben, die Bewegung des (zu einem Massenpunkt idealisierten) Körpers durch eine Trajektorie in diesem Raum. Die Grundgesetze der Mechanik führen zu Differentialgleichungen, die den Verlauf der Trajektorie determinieren und ihn zu beschreiben gestatten, wenn man geeignete Anfangswerte kennt.

Solche Mathematisierung dient offenbar dazu, aus einem Teil der Phänomene auf einen (noch) unbekanntem Teil zu schließen. Den dabei vorausgesetzten Determinismus oder Mechanismus müssen wir, wie schon gesagt, auch im Seelenleben erwarten, er wird aber nicht in allen Feldern der Psychoanalyse anzutreffen sein. Welchen Nutzen kann ein mathematisches Modell haben, wenn man es nicht zu Voraussagen verwendet? Es kann dazu dienen, die Ordnung der Begriffe zu vermehren, mit denen man den Phänomenbereich beschreibt, auch da, wo dieser (für praktische Zwecke) hinlänglich gut bekannt ist. Vermehrung von Information ist nur die Oberfläche menschlicher Erkenntnis; Voraussetzung dafür ist die Ordnung und immer wieder auch Neuordnung der Begriffe. Diese Ordnung wird durch jede einigermaßen gehaltvolle Mathematisierung vermehrt, weil eine solche die Beziehungen zwischen Grundbegriffen vermehrt; der Gehalt besteht dabei in einer *aufweisbaren* strukturellen Ähnlichkeit oder Verwandtschaft von Phänomen und Modell. Das Bild gewinnt an Sinn, wenn Muster wiederkehren; das Chaos nimmt ab, die Entropie zu. Auch innerhalb der Mathematik besteht der Fortschritt ebenso oft in einer Verdichtung des "Fachwerks der Begriffe" (Hilbert) wie in seiner Ausbreitung; ein klassisches Beispiel dafür ist die "Unterbauung" der synthetischen durch die analytische Geometrie. Die innere Organisation des mathematischen Imperiums ist ebenso wichtig wie sein Ausgreifen in immer weitere Bereiche, und ihr dienen die Begriffssysteme, die seit Bourbaki die Mathematik unter ihre Herrschaft gebracht haben<sup>6</sup>.

Was ist nun eine ‐aufweisbare Strukturverwandtschaft‐? Das wird sich kaum definieren lassen; ein Beispiel von Prominenz soll zeigen, was ich damit meine. Zu den fundamentalia der menschlichen Befindlichkeit geh6ren Raum und R6umlichkeit, bei Kant zur Anschauungsform erhoben, von Heidegger im Begriff des ‐In-Seins‐ zum Existential erkl6rt. Diesem Fundamentalcharakter entsprechend sind fast alle Begriffe, die urspr6nglich rein r6umliche Verh6ltnisse bezeichnen, metaphorisch aufgeladen, die einfachsten Ortsausdr6cke wie vor und hinter, 6ber und unter, zwischen und neben, N6he und Ferne ebenso wie Ausdr6cke f6r Ortsver6nderung wie vorankommen und ankommen, zur6ckbleiben und abschweifen. Die von Raum und R6umlichkeit herr6hrenden Metaphern sind allgegenw6rtig, und auch die Psychoanalyse kann sie nicht vermeiden <sup>7</sup>. Nun gibt es seit der Mitte des 19. Jahrhunderts eine einschl6gige mathematische Theorie, die Topologie (alle vorangegangene Geometrie war mehr eine Wissenschaft von Gestalten im Raum gewesen als vom Raum selbst). Auch diese mathematische Raumlehre hat sich von ihrem urspr6nglichen Gegenstandsbereich in scheinbar wesensverschiedene Gebiete (wie Algebra und Zahlentheorie, sogar Logik) ausgebreitet; die Grundaxiome sind eben sehr schwach und haben g6nzlich anschauungsferne Realisierungen. Folgt daraus, da6 6berall da, wo mehr oder weniger metaphorisch von r6umlichen Verh6ltnissen gesprochen wird, auch die Topologie zust6ndig gemacht werden kann? Offenbar nicht; so allgemein der Begriff des topologischen Raums auch ist, er erf6t nicht alles, was sich mit dem Existential des ‐In-Seins‐ verbindet, und a fortiori nicht alles, was hieraus metaphorisierend abgeleitet werden kann. So ist die Unterscheidung von innen und au6en f6r ihn *nicht* konstitutiv (wenngleich sie nat6rlich auch topologisch dingfest gemacht werden kann); wo es nur um sie geht, sind die einfacheren Begriffe von Menge und Teilmenge ausreichend, erst der Begriff des Randes ist von genuin topologischem Charakter. Wo sinnvoll von einem Raum im Sinn der Topologie gesprochen werden soll, mu6 eine klare Unterscheidung von offenen und abgeschlossenen Teilr6umen vorliegen, die den bekannten Axiomen gen6gt, denn erst dadurch wird konstituiert, was die Mathematik eine Topologie nennt; und wenn der Raum nicht in unzusammenh6ngende Teile zerfallen soll, darf kein Teilraum gleichzeitig offen und abgeschlossen sein. Man kann einwenden, da6 Gestaltmomente wie Dimension, Orientierbarkeit oder Zusammenhangsverh6ltnisse nicht von der Umgebungsstruktur abh6ngen, sondern einer Art Kombinatorik der Gestalten angeh6ren. Das trifft zu, verschiebt aber nur die zu stellende Forderung, denn auch solche Kombinatorik hat ihre strukturelle Basis, etwa einen simplizialen Komplex. Es mag verlocken, etwa nichteuklidische Geometrien ins Spiel zu bringen, aber wenn die strukturelle Basis nicht vorhanden ist (hier 6brigens weit mehr als ein topologischer Raum im allgemeinsten Sinn, n6mlich eine Riemannsche Mannigfaltigkeit), k6nnen auch die Begriffe nicht sachgem66 sein. Je allgemeiner ein Begriff ist, desto mehr sollte bei seiner Verwendung auf die *differentia specifica* geachtet werden, durch die er seine Pr6gnanz gewinnt.

Alles, was uns begegnet, hat Anzahlen in verschiedenen Hinsichten; jeder raumzeitliche Gegenstand hat Ausdehnungen und Gestalten in verschiedenen Hinsichten; jeder Sachverhalt schlie6t Konstellationen und Kombinationen ein. Mathematica lassen sich

überall und mühelos anhängen; sinnvoll ist Mathematisierung, wo sie etwas beiträgt, ein Wiedererkennen von Struktur. Die Ähnlichkeit mag schwach, aber sie muß nachvollziehbar sein, wenn sie zur Ordnung der Begriffe beitragen soll. Nach Mathematisierung zu fragen, wird nie fruchtlos sein, auch wenn die Frucht nur in der Einsicht besteht, daß die angestrebte mathematische Ordnung der Dinge dem Gegenstandsbereich fremd bleiben muß; denn das schließt ja eine Einsicht in diesen Bereich ein. Grenzüberschreitungen müssen dabei zugestanden werden, wenn es Fortschritt geben soll; ein Visionär kann sich nicht ausdrücken wie ein Buchhalter<sup>8</sup>. Aber es ist Etikettenschwindel, für Wissenschaft auszugeben, was bestenfalls zur privaten Sinnstiftung taugt<sup>9</sup>.

## 5

Als Erster hat wohl Lacan versucht, in größerem Stil Mathematik in die Psychoanalyse einzuführen. Sein Gebrauch oder vielmehr Mißbrauch der mathematica ist bekanntlich von Sokal/Bricmont einer vernichtenden Kritik unterzogen worden, die ich hier nicht zu wiederholen brauche<sup>10</sup>. Der Hauptvorwurf liegt nicht einmal darin, daß Lacan nicht selten mathematischen Unsinn produziert, sondern daß die Beziehung der mathematica, die er heranzieht, zu dem Nichtmathematischen, um das es primär geht, in keiner nachvollziehbaren Beziehung steht, so daß die Mathematik sich in der unwürdigen und ungewohnten Rolle findet, die Konfusion zu vermehren statt sie zu vermindern. Der moderne Mathematiker ist daran gewöhnt und jederzeit bereit, sich auch auf abstrus erscheinende Sprachspiele einzulassen, er ist auch bereit zu (vorläufigen) Konzessionen in Hinblick auf Reglementierung und Konsistenz, aber nur dann, wenn etwas geleistet wird.

Offenbar unter dem Eindruck dieser Kritik hat Antonello Sciacchitano, der sich als Lacanianer bekennt, den Versuch unternommen, es besser zu machen<sup>11</sup>. Die Mathematikverwendung seines Meisters nennt er „uneigentlich“ und will ihr eine „eigentliche“ an die Seite stellen, eine solche, welche die „harte“ Mathematik der Neuzeit ernstnimmt. Man muß ihm zubilligen, daß er sich verständlicher ausdrückt als Lacan und weniger Unfug treibt. Aber immer noch wimmelt das Buch von Fehlern und hingeworfenen Fragwürdigkeiten (nicht bloß mathematischer Art). Ich will mich nicht mit Einzelheiten aufhalten<sup>12</sup>, sondern gehe nur auf die beiden Hauptpunkte ein.

Der erste Teil des Buchs kreist um die intuitionistische oder konstruktive Logik. Was er über diese mitteilt, ist im Großen und Ganzen korrekt; so stellt er zutreffend fest, daß diese Logik, indem sie das Tertium non datur preisgibt, am Satz vom Widerspruch aber festhält, mehr als die Hälfte der klassischen (aristotelischen) Logik beibehält. Daraus sollte man schließen, daß auch diese Logik nicht als Logik des Unbewußten in Betracht kommt, da dieses nach Freud nicht einmal die Negation kennt (dazu unten mehr). Das spricht er aber nicht aus, sondern behauptet (S.96), daß das Unbewußte ein „Text im Werden“ sei, der sich selbst schreibe, und dessen Logik von der intuitionistischen „vollkommen berücksichtigt“ werde. Man kann freilich sagen, daß dort, wo überhaupt kein Denkprozeß im gewöhnlichen Sinne stattfindet, auch das Tertium non datur suspendiert wird. Das ist nicht falsch, aber inhaltslos.

## 6

Sciacchitano behauptet, die intuitionistische Logik trage der Tatsache Rechnung, daß menschliches Denken in der Zeit stattfindet. Daran ist soviel richtig, daß ein Satz, den wir heute weder beweisen noch widerlegen können, morgen beweisbar und damit (mathematisch) wahr sein kann. Das weiß auch der „klassische“ Mathematiker; er behauptet lediglich, daß der Wahrheitswert des Satzes heute schon feststehe und uns nur nicht bekannt sei, während Brouwer darauf beharrte, daß der mathematische Wahrheitsanspruch sich auf das beschränken solle, was hic et nunc aufgewiesen werden kann, und zwar mit konstruktiven Mitteln. Eine zeitliche Logik im eigentlichen Sinn muß aber den auch im Intuitionismus nicht vorkommenden Fall berücksichtigen, daß ein Satz, der heute gilt, morgen falsch wird. Sciacchitano behauptet fälschlich, daß es eine solche Logik nicht gebe; aber wenn es so etwas wie eine Logik des Unbewußten geben sollte, die diesen Namen verdient, dann müßte sie sicherlich diese Möglichkeit einschließen.

Der Autor spricht viel von einer „Schwächung des Binarismus“ durch die intuitionistische Logik. Man kann die Preisgabe des Tertium non datur so interpretieren; aber man sollte nicht übersehen, daß ihr eigentlicher Zweck in der stärkeren Gewißheit liegt, die der intuitionistische Mathematiker für das, was er gelten läßt, beanspruchen kann. Er sitzt sozusagen fester im Sattel als sein Gegenüber, der Nichtwissen zu Wissen ummünzt; er beschränkt seine Aktivität auf das Feld, das ihm erlaubt, mit beiden Beinen auf dem Boden zu stehen. Es ist eine grobe Verkennung der Brouwerschen Intentionen, wenn man in ihnen einen Weg zu luftigen Spekulationen nach Lacanscher Art sieht.

Glatt falsch ist, was er über das Verhältnis dieser Logik zum Unendlichen sagt. Er behauptet S.64, das Tertium non datur müsse suspendiert werden, um den Weg zum Unendlichen zu öffnen. Dabei müßte er wissen, daß eine aussagekräftige Mathematik des Unendlichen auf intuitionistischem Boden gerade nicht gedeiht. Aber am Unendlichen ist ihm besonders gelegen, denn „mit einem einfachen Modell, das aus zwei Gleichungen besteht: *bewußt = endlich*, *unbewußt = unendlich* gelangen wir zum zentralen Punkt unserer Darstellung der psychoanalytischen Mathematik“ (S.37/38). Auch wenn man gewillt ist, dergleichen Äußerungen cum grano salis zu nehmen, wird man hier den Kopf schütteln. Muß man nicht von einer Sache sehr viel wissen (also im Bewußtsein haben), um sie für unendlich zu erklären, und muß daran erinnert werden, daß die mit klassischer Logik (und starken Existenzpostulaten) operierende Mengenlehre das einzige (bekannte) Sprachspiel ist, das uns substantielle und kontrollierbare Aussagen über das Unendliche gestattet?

## 6

Handelt der erste Teil des Buchs, nach des Autor eigenem Verständnis, von der Zeit, so soll es im zweiten um den Raum gehen. Wie zu erwarten war, muß hier einmal mehr die nichteuklidische Geometrie als spekulativer punching-ball erhalten. „Das Unendliche ist die Möglichkeit, zwei Geraden unbestimmt verlängern zu können, ohne daß sie sich schneiden“, heißt es S.120. Erstens ist „unbestimmt“ nicht dasselbe wie „unendlich“, denn auch im Endlichen kann man Geraden unbestimmt verlängern; zweitens hat das Parallelenpostulat strukturell nichts mit dem Unendlichen zu tun, wie die endlichen affinen Ebenen zeigen. „In Übereinstimmung mit der henologischen Mentalität seiner

## 7

Zeit ließ Euklid eine einzige Möglichkeit der Berührung (beziehungsweise Nicht-Berührung) der Parallelen im Unendlichen zu“, so geht es S.121 weiter. Mit „henologisch“ charakterisiert er die Ontologie von Parmenides, scheint also zu glauben, daß diese die in der griechischen Aufklärungszeit des 4. Jahrhunderts (v.Chr.) vorwaltende Auffassung gewesen sei. Der Gedanke, daß sich Parallelen im Unendlichen schneiden, ist so ungriechisch wie nur irgend möglich und stammt aus dem 18.Jahrhundert (n.Chr.), als die projektive Geometrie entstand<sup>13</sup>. „Die nichteuklidischen Geometrien verneinen die Gleichsetzung des Einen mit dem Unendlichen“ (ebda.). Das Parallelenaxiom behauptet oder impliziert also diese Gleichsetzung? Kurz darauf heißt es bei der Besprechung der hyperbolischen Geometrie, daß jede Parallele „ein Modell des Unendlichen sei“. Hat nicht auch bei Euklid jede Gerade unendlich viele Parallelen? Vielleicht meint er nur Parallelen zu einer gegebenen Geraden durch einen gegebenen Punkt. Aber worin besteht der „strukturelle“ Unterschied zwischen solchen Parallelen, der eine solch kühne Aussage rechtfertigt (gesetzt selbst, daß sie überhaupt einen Sinn hat)? Und wenn jede von diesen wirklich eine eigene Species des Unendlichen konstituieren soll, warum dann nicht auch jede andere Parallele? „Davon [sc. von der Menge dieser Parallelen] unterscheidet sich kaum Cantors Annahme, jenseits des Endlichen existiere eine unendliche Hierarchie transfiniter, voneinander verschiedener Zahlen“. Die Menge der Parallelen hat selbst die Struktur eines Kontinuums, ist also mit  $\mathbb{R}$  gleichmächtig; Cantors Hierarchie sukzessiver Potenzmengen ist abzählbar, während ihre Elemente immer größere Mächtigkeiten haben. Und da soll „kaum ein Unterschied“ bestehen?

Die ganze verquere Erörterung soll dazu dienen, die angebliche Tendenz der modernen Mathematik zu nicht-kategorischen Strukturen zu illustrieren. „Im Unterschied zur antiken Mathematik ist die moderne nicht kategorisch“ (S.120). Diesen formallogischen Begriff hat Sciacchitano offenbar nicht verstanden. Eine Struktur, sagen wir eine Theorie erster oder zweiter Stufe, heißt kategorisch, wenn alle Modelle isomorph sind. Evident liegt es in der Natur dieses Begriffs, daß alle genügend spezifischen Strukturen kategorisch sind, alle genügend allgemeinen aber nicht, und Beispiele dafür lassen sich auch in der angeblich „henologischen“ antiken Mathematik leicht finden. Es gibt beliebig viele Körper im Raum, die von ebenen Flächen begrenzt werden, aber (bis auf Kongruenz) nur fünf platonische, und unter diesen nur einen mit vier Ecken. Bemerkenswert ist immer, wenn eine scheinbar wenig spezifische Struktur sich als kategorisch erweist, wie die Theorie der reellen Zahlen<sup>14</sup> oder, äquivalent dazu, die korrekt axiomatisierte euklidische Geometrie. Kurioserweise gesteht er S.123, nicht zu wissen, ob es „unendlich viele Unendliche“ gebe, obwohl er kurz vorher selbst Cantors Hierarchie erwähnt hat.

Sciacchitano erklärt seinen Standpunkt für strukturalistisch und beruft sich (diesmal mit Recht) auf Bourbaki, wo sich bekanntlich eine Einteilung der Gesamtmathematik in algebraische, topologische und Ordnungsstrukturen findet, und rechnet die intuitionistische Logik zu den letzteren. Bei Bourbaki aber wird Logik nicht behandelt (schon gar nicht intuitionistische); und die Logik weist sowohl algebraische Strukturen auf (etwa die Lindenbaum-Algebra), wie Ordnungsstrukturen (etwa durch Deduktion) und topologische Strukturen (Kompaktheit), während sie natürlich (und das ist ihre raison



d' être) auf Strukturen aller Art als Metatheorie angewandt werden kann. Die Algebra behandelt, nach Sciacchitano, „endliche Operationen an unendlichen Elementen“ (S.125), womit wohl die Grundmengen gemeint sind; das ist falsch, denn die meisten algebraischen Strukturbegriffe haben endliche Realisierungen. Die Topologie, so der Autor ebenda, „betrifft hingegen unendliche Operationen an unterschiedlichen, nicht vergleichbaren Unendlichen (wie zum Beispiel dem abzählbaren, dem kontinuierlichen und dem höheren Unendlichen)“. Man staunt, wie ein einziger Satz soviel Unsinn versammeln kann. Was ist eine „unendliche Operation“? Die Hauptprobleme der Topologie sind strukturelle Klassifikationen, wobei Operationen (etwa Deformationen) eine dienende Rolle spielen. Mit abzählbaren Unendlichkeiten beschäftigen sich Zahlentheorie, auch Kombinatorik, mit Mächtigkeiten jenseits des Kontinuums die Mengenlehre, mit beiden nicht die Topologie, denn deren Hauptgegenstände, die Mannigfaltigkeiten, haben alle dieselbe Mächtigkeit.

Ich breche hier ab, obwohl es mich reizt, den Leser noch mit Sciacchitanos Ausführungen zur „sphärischen Topologie“ zu erheitern. Das ganze Buch ist eine Aneinanderreihung von Thesen, von denen einige anregend sein mögen, die meisten aber haarsträubend sind. Dabei fehlt jeder Versuch einer Begründung, wie man sie von so ungewöhnlichen und weitreichenden Behauptungen doch wohl verlangen kann; diese werden vielmehr in einem Tonfall von Selbstverständlichkeit vorgetragen, so als ob jeder, der sie vernimmt, sogleich auch ihre Wahrheit erkennen müsse<sup>15</sup>. Soviel Arroganz erklärt sich wohl damit, daß der Autor den Meister hinter sich weiß, der erhaben über so prosaischen Forderungen steht. „Warum man etwas von Mathematik verstehen sollte, wenn man über Psychoanalyse spricht“, lautet der Untertitel des Buchs. Zuerst sollte man etwas von Mathematik verstehen, wenn man von Mathematik spricht.

## 7

Weit mehr intellektuelle Redlichkeit findet man bei einem andern Autor, der neben seiner psychoanalytischen die mathematische Flagge aufgezogen hat, Ignacio Matte Blanco. Während Sciacchitano die Mathematik zu vagen und phantastischen Analogien benutzt, bemüht sich Matte Blanco redlich um den oben geforderten Aufweis struktureller Verwandtschaften, nämlich zwischen Vorgängen im Unbewußten und geeigneten mathematica. Leider muß man feststellen, daß diesen Bemühungen nur geringer Erfolg beschieden ist.

Matte Blancos Ideen zu einer Mathematik des Unbewußten, die er in zwei Büchern dargestellt hat<sup>16</sup>, werden von drei Hauptgedanken getragen. Der erste bezieht sich auf die Logik des Unbewußten und geht aus von der Beobachtung, daß das Unbewußte mitunter asymmetrische Relationen (wie die Vater-Sohn-Beziehung) durch ihre Umkehrung ersetzt, also symmetrisiert. Der dahinterstehende relationstheoretische Sachverhalt wird von Matte Blanco nirgends expliziert, ist aber elementar: zu jeder zweistelligen Relation  $R$  auf einer Menge  $M$ ,  $R \subset M \times M$ , kann man die kleinste  $R$  umfassende symmetrische Relation  $SR$  bilden, die durch

$$SR(x,y) \Leftrightarrow R(x,y) \text{ oder } R(y,x)$$

definiert ist. Ist R schon symmetrisch, ist natürlich  $SR = R$ . Ist R vom Ordnungstyp mit Einschluß der Gleichheit (wie „x ist größer als y oder gleichgroß“), korreliert also SR je zwei Elemente, die miteinander vergleichbar sind. Dabei kann nun allerdings die Transitivität verlorengehen; aus  $SR(x,y)$  und  $SR(y,z)$  folgt nun nicht mehr notwendig  $SR(x,z)$ . Geht man über zur kleinsten SR umfassenden transitiven Relation, erhält man die von R erzeugte Äquivalenzrelation AR, die durch

$$AR(x,y) \Leftrightarrow \text{es gibt } x_1 = x, x_2, \dots, x_n = y, \text{ so daß stets } SR(x_i, x_{i+1})$$

definiert ist. Ihre Klassen sind die „Zusammenhangskomponenten“ der geordneten Menge. Ist R die Relation Kind-Erzeuger, so ist AR die Beziehung der Verwandtschaft mit Einschluß von Anheiratung:  $AR(x,y)$  liegt vor, wenn x und y einen gemeinsamen Vorfahr haben (aber nicht nur dann). Ein anderes von Matte Blanco genanntes Beispiel ist die Elementrelation; hier führt Symmetrisierung dazu, daß ein Teil für das Ganze stehen kann (das setzt allerdings voraus, daß man die Elemente einer Menge als ihre Teile ansieht, ein nicht unbedenkliche Interpretation). Matte Blanco spricht von einem „principle of generalisation“; wird es wiederholt angewandt, kommt man nach Art der arbor porphyriana in wenigen Schritten zu beliebig allgemeinen Objekten und auch wieder zurück zu beliebigen concreta.

Ein Problem entsteht nun dadurch, daß das Unbewußte die gewöhnliche und die symmetrisierende Logik kombiniert, also einmal symmetrisiert und dann wieder nicht. Matte Blanco spricht von „Bilogic“, wobei sich das Präfix „bi“ also nicht, wie man vermuten könnte, auf die Zahl der Wahrheitswerte bezieht, sondern auf das Vorliegen oder Nichtvorliegen von Symmetrisierung. In TBF, S.46 spricht er von fünfzehn verschiedenen Typen der Kombination beider Logiken, von denen einige näher besprochen und illustriert werden; mit „Simassi“ bezeichnet er die simultane, mit „Alassi“ die alternierende Verwendung. Nun ist es leicht (wie oben schon deutlich wurde), durch wiederholte Symmetrisierungen jede Entität mit jeder andern zu verbinden. Damit ist uns ein formaler (oder formalisierbarer) Rahmen gegeben, in dem die oft höchst idiosynkratischen Prozesse von Assoziation und Konnotation beschrieben werden können. Freilich, wenn es nicht gelingt, die Gesetze zu finden, nach welchen das Unbewußte bei der Auswahl der Symmetrisierungen verfährt, dann hängt jede „bilogische“ Rekonstruktion eines unbewußten Prozesses, etwa eine Traumdeutung, in der Luft.

## 8

An dieser Stelle möchte ich meine Bedenken gegen den Begriff einer „Logik des Unbewußten“ zur Sprache bringen. Wie schon erwähnt, hat Freud konstatiert, daß das Unbewußte keine Negation kennt. Man wird hinzufügen können, daß ihm auch das „wenn – dann“ und das „oder“ fehlen. Eine Logik ohne diese fundamentalen Operationen aber verdient diesen Namen nicht. Logik hat immer zu tun mit Aussagen und ihrer Wahrheit. Das Unbewußte repräsentiert seine Inhalte aber nicht in propositionaler Form, sondern (nach Lorenzer) eingebettet in Szenen. Wo im Traum gesprochen wird, handelt es sich viel eher um Reproduktionen früher wahrgenommener oder selbst

vollzogener Sprechakte als um eigentliches, seine Inhalte hinc et nunc bildendes und von Reflexion begleitetes Sprechen. Die Arbeit, die das Unbewußte an und mit den Szenen leistet, wie Verdichtung und Verschiebung, ist kein genuin logischer Prozeß; ich werde unten umreißen, welche Mathematik mir zur Beschreibung dieser Tätigkeit geeigneter erscheint. Es ist eine naheliegende und vielleicht unvermeidbare, aber irreführende Metapher, diese Szenen und ihre Abfolge, ihr Ineinander-Übergehen als Sprache des Unbewußten zu bezeichnen. Es fehlt hier die „behauptende Kraft“, die nach Frege jeder eigentlichen Aussage innewohnt; der Traum stellt uns Szenen vor Augen, die wir aber nicht nach ihrem Wahrheitsgehalt befragen, als wären es Darstellungen, sondern die wir einfach Szene um Szene *erleben*. Eine Sprache dient aber immer dazu, etwas auszudrücken, das nicht selbst Sprache ist. Das Unbewußte kennt auch in der Tat den Satz vom Widerspruch nicht, aber einfach deswegen, weil es gar nicht denkt; es setzt sich nicht über diesen Satz hinweg, sondern präsentiert einfach Sachverhalte, die in propositionalen Gehalt übersetzt widersprüchlich wären. Es kann keinen Widerspruch begehen aus dem trivialen Grund, daß es mit Geltungs- und Wahrheitsfragen gar nicht befaßt ist <sup>17</sup>. Einen Widerspruch (im prägnanten Sinn der Logik, nicht in dem schwächeren von „Widerstreit“) kann es nur zwischen Behauptungen geben, nicht zwischen Erlebnissen.

## 9

Entschiedener fällt der Einspruch aus bei Matte Blancos zweitem Grundgedanken, seiner Auffassung des Unbewußten als einer Versammlung unendlicher Mengen. Symmetrisierung, so sahen wir, führt dazu, daß ein Teil für das Ganze stehen kann. Ist nun das Ganze eine Menge, der Teil eine Teilmenge, und kann eine Menge für eine andere Menge nur dann stehen, wenn beide gleichmächtig sind, so ist nach Dedekinds bekannter Feststellung die Folgerung in der Tat zwingend, daß beide Mengen unendlich sind. Aber im Kontext psychischer Phänomene erscheinen die für diesen Schluß nötigen Voraussetzungen als bizarr. Von einer Menge sollte man nur dann sprechen, wenn man Elemente dingfest machen kann, die zudem, wie schon Cantor unterstrichen hat, „wohlunterschieden“ sein sollten; von einer unendlichen Menge erst dann, wenn man zeigen kann, daß keine endliche Aufzählung von Elementen sie erschöpft. Aber das Gesicht, das mir im Traum erscheint, hat Teile (und zwar nur wenige), doch keine Elemente; selbst wo ein Gesicht auf einem Bildschirm aus ein paar Tausend Pixeln zusammengesetzt ist, wäre es sonderbar, diese die Elemente des Gesichts zu nennen. Beim geträumten Gesicht ist es eine kleine Zahl von Gestaltmomenten, die seine Funktion im Traumgeschehen tragen. Diese in Mengen aufzulösen, ist einfach nicht phänomengerecht, und es ist auch nicht zu sehen, was damit gewonnen werden könnte. Ganz willkürlich ist auch die zweite Voraussetzung, daß eine Menge nur durch eine gleichmächtige repräsentiert werden könne. Die acht Symbole 1,2,3... bezeichnen für jedermann unmißverständlich die ganze unendliche Menge der natürlichen Zahlen. Ich kann mich des Eindrucks nicht erwehren, daß es Matte Blanco darum geht, die – allerdings höchst bemerkenswerte – Dedekindsche Kennzeichnung des Unendlichen um jeden Preis ins Spiel zu bringen. Als Mathematiker freue ich mich natürlich über solchen Enthusiasmus; aber ich sehe nicht, was er hier zur Sache beiträgt.

Ähnliches gilt für seinen dritten Grundgedanken. Im Unbewußten kann es nach Freud geschehen, daß verschiedene Entitäten zu einer einzigen verdichtet werden, ohne ihre jeweilige Identität zu verlieren. Matte Blanco „übersetzt“ diesen Vorgang zunächst in einen mathematischen, daß nämlich zwei Volumina denselben Raum einnehmen, ohne miteinander identifiziert zu werden (UIS S.418). Für diesen, im gewöhnlichen Erleben in der Tat unmöglichen Vorgang glaubt er eine mathematische Realisierung gefunden zu haben, die darin bestehen soll, daß dieser Verdichtungsprozeß in einer höheren Dimension stattfindet. Er beruft sich dabei auf eine Operation, die in der Topologie als „Verkleben“ (gluing) geläufig ist, und die er anhand der simplizialen Zerlegung eines vierdimensionalen Simplex illustriert<sup>18</sup>.

Bei dieser Konstruktion scheint mir – ähnlich wie oben – schon der Ausgangspunkt anfechtbar zu sein. Wenn Fritz mir im Traum in der Gestalt von Franz erscheint, kann man zwar von Verdichtung sprechen, aber Fritz hat seine Gestalt und Franz seine Person eingebüßt, so daß sehr wohl ein partieller Identitätsverlust stattfindet, welchem die ebenfalls nur partielle Verdichtung genau entspricht, und dasselbe gilt mutatis mutandis, wenn mir ein Doppelwesen Frinz oder Fratz erscheint. (Freud selbst vergleicht derlei ganz nüchtern mit einer Art photographischer Überblendung.) Das Problem, das er sehen will, liegt also gar nicht vor, auch die „Übersetzung“ in den topologischen Sachverhalt wird hinfällig. Wirklich schlimm aber ist Matte Blancos offensichtlicher Glaube, daß eine solche Verdichtung durch jenen Verklebungsprozeß realisiert werde. Das topologische Verkleben von zwei Punkten ist eine *Identifikation*, sein Resultat ein „ganz gewöhnlicher“ neuer Punkt, nicht etwa ein irgendwie doppelt zählender; und dasselbe gilt für Volumina gleich welcher Dimension. Aber Identifikation bei fortbestehenden Einzelidentitäten ist ein glatter Widerspruch, und es ist a priori klar, daß man einen solchen nicht zu Mathematik machen kann. In den kleinen, anschaulichen Dimensionen hätte sich Matte Blanco zweifellos selbst davon überzeugen können; er scheint zu glauben, daß man der Logik entkommen könne, indem man ins nicht mehr Anschauliche ausweicht. „...it would be necessary that the two corresponding pieces of wood would have to occupy the same space at the same time. This is not possible in three-dimensional space. But the „real“ four-dimensional tetrahedron would succeed in making this possible, if we define it in terms of three dimensions“ (UIS, S.414). Das ist absurd.

Es lohnt sich vielleicht, hier näher hinzusehen. Im einfachsten Beispiel identifiziert man die Randpunkte 0,1 des Intervalls  $[0,1]$ , wodurch eine Kreislinie entsteht. In mengentheoretischer Präzisierung besteht dieser Identifikationsprozeß darin, daß auf der Menge der Punkte von  $[0,1]$  eine Äquivalenzrelation eingeführt wird, die 0 und 1 korreliert, alle andern Punkte aber nur mit sich selbst. Das Element  $\{0,1\}$  der Klassenmenge scheint nun in der Tat die von Matte Blanco gewollte Rolle zu spielen: ein „Punkt“, der zwei verschiedene in sich schließt. Aber diese formale Vereinigung der zwei Elemente zu einem neuen kann man nicht Verdichtung nennen; sie wird ja durch den Übergang zur typentheoretisch nächsten Stufe geleistet, während die geträumte Verdichtung auf derselben Stufe der Wahrnehmung stattfinden muß; ebensogut könnte man dann sagen, daß ein Mann und eine Frau durch Verheiratung zu *einem* Menschen werden. Die Menge der Klassen kann man dann auf natürliche Weise mit den Punkten der Kreislinie in eine bijektive Beziehung setzen, etwa durch die Parametrisierung  $(\cos 2\pi t, \sin 2\pi t)$ , die über die

Klassenmenge faktorisiert; der gemeinsame Bildpunkt (1,0) von 0 und 1 „weiß“ aber nicht mehr, von welchem der beiden er kommt<sup>19</sup>. Der Verklebungsprozeß findet im „luftleeren“ Raum der Mengenkategorie statt und hat mit Dimensionen nichts zu tun; sein Resultat kann aber ein Gebilde sein, das nur in Räume höherer Dimensionen eingebettet werden kann; das ist sogar typisch. Die Kreislinie, obwohl selbst eindimensional, kann nicht in die eindimensionale Gerade eingebettet werden, sondern braucht mindestens eine Ebene. Höhere Dimension kommt so in der Tat ins Spiel, aber in einer andern Hinsicht.

10

Matte Blancos Mathematisierungen sind unzulänglich, beziehen sich aber auf ein reiches klinisches Material, das der Autor offenbar überschaut und beherrscht. Auf umgekehrte Weise, so scheint mir, scheitert der von Stefan Günther vorgelegte „Entwurf einer Psychoalgebra“<sup>20</sup>. Die Mathematik ist anspruchsvoll, aber es gelingt dem Autor nicht, sie in überzeugender Weise mit den Phänomenen des Seelenlebens in Verbindung zu bringen. Auch so fällt Licht auf die Probleme mathematischer Modellbildung; der Brückenschlag kann von der einen wie von der anderen Seite her zu kurz ausfallen oder auch einfach am Ziel vorbeigehen.

Günthers Konstruktion geht von zwei Grundideen aus. Die erste ist, psychische Inhalte als Buchstaben eines Alphabets  $\Pi$  aufzufassen. Nach dem Prinzip der „freien Assoziation“ können beliebige Folgen solcher Inhalte zu neuen Inhalten kombiniert werden. Faßt man das Kombinieren auf die mathematisch einfachste Weise, nämlich als Hintereinanderschreiben, werden die kombinierten Inhalte zu *Worten* in dem Alphabet  $\Pi$ , also zu Elementen der freien von  $\Pi$  erzeugten Halbgruppe  $S(\Pi)$ . Nun kann eine Folge psychischer Inhalte selbst ein solcher sein. Hat etwa ein Traum  $t$  die Bestandstücke  $a_1, \dots, a_n$ , so können wir die Gleichung  $t = a_1 \dots a_n$  erzwingen, indem wir diese Gleichungen ausdividieren, also zu einer Faktorhalbgruppe übergehen. Informell gesprochen, besteht der Übergang darin, daß man die Symbole  $t$  und  $a_1 \dots a_n$  bei jedem Vorkommen durcheinander ersetzen kann. So entsteht eine neue Halbgruppe, die der Autor (allzu lax) wieder mit  $S(\Pi)$  bezeichnet. Sie stellt für ihn das mathematische Modell des Freudschen Vorbewußten dar.

Die zweite Grundidee ist, das Verhältnis des Vorbewußten zum Unbewußten im Sinn einer Restklassenabbildung aufzufassen: unbewußte psychische Inhalte werden durch vorbereußte symbolisiert. Hier unterläuft nun dem Autor ein Fehler, der sich in alle folgenden Entwicklungen fortpflanzt. Er schreibt S.7: „Zwei Inhalte werden als äquivalent bezeichnet, wenn sie denselben unbewußten Fakt symbolisieren.“ Diese Formulierung setzt implizit voraus, daß jedem vorbereußten Inhalt der von ihm symbolisierte unbewußte eindeutig zugeordnet ist. Das ist aber nicht der Fall, die Symbolfunktion ist nicht eindeutig: derselbe psychische Inhalt kann je nach dem Kontext verschiedene unbewußte Inhalte symbolisieren. Daraus folgt, daß eine Menge  $\Pi/D$  von Faktorobjekten, im Jargon „psychische Inhalte modulo Deutung“, und damit auch die freie Halbgruppe  $S(\Pi/D)$  nicht existiert; diese aber dient Günther als Modell des Freudschen Unbewußten. Einige Zeilen später stellt er die Nichteindeutigkeit der Symbolfunktion selbst fest, zieht aber daraus merkwürdigerweise nur den Schluß, daß es

13

keinen Morphismus  $S(\Pi) \rightarrow S(\Pi/D)$  gibt. Er sucht nun das Problem zu umgehen, indem er die Symbolfunktion auf die Teilmenge derjenigen Inhalte einschränkt, auf der sie eindeutig ist; er nennt sie  $\Pi_t$ , womit wohl suggeriert werden soll, daß nur zusammengesetzte Inhalte wie ein Traum  $t = a_1 \dots a_n$  eindeutig symbolisieren. Damit erhält man wirklich eine Restklassenmenge  $\Pi_t/D$  und einen Homomorphismus  $S(\Pi_t) \rightarrow S(\Pi_t/D)$  von freien Halbgruppen. Dieser „Deutungsmorphismus“ ist die Basis aller weiteren Entwicklungen.

Wir halten inne und fragen, ob die Modellierung den Phänomenen angemessen ist. Die Auffassung des Vorbewußten als freie Halbgruppe impliziert, daß die Erzeuger, die Buchstaben des Alphabets, selbst nicht zerlegt werden können, ähnlich den Primzahlen in der multiplikativen Struktur der ganzen Zahlen; jede Zerlegung würde ja eine Relation zwischen den Erzeugern bedeuten. Solche psychischen Inhalte gibt es aber nicht. Alles Erlebte hat Momente, Teile, Aspekte, auf die sich das Erleben wiederum fokussieren kann; erst philosophische und mathematische Reflexion kann das Einfache, Unhintergehbare, die Kategorie herausheben, die aber zu psychischem Inhalt nur im Rahmen einer sie tragenden, „kategorial gesättigten“ Vorstellung oder Szene werden kann. Es scheint auch nicht adäquat, Relationen vom Typ  $t = a_1 \dots a_n$  schon im Vorbewußten stattfinden zu lassen; das Vorbewußte kann die Inhalte  $a_1 \dots a_n$  der Reihe nach durchlaufen, aber ihre Zusammenfassung zu einem neuen Inhalt muß durch das erinnernde Bewußtsein gehen. Der Übergang zu  $\Pi_t$  impliziert, daß nur „beschriebene“ Inhalte  $t$ , nicht die „primären“ Inhalte  $a$ , die Erzeuger der Halbgruppe, in den Definitionsbereich des Deutungsmorphismus fallen; das wird analytischer Praxis kaum gerecht.

Die zweite Grundidee, die Auffassung des Unbewußten als Restklassenmenge des Vorbewußten, erscheint (einem Mathematiker wenigstens) auf den ersten Blick als natürlich, erweist sich aber näherem Hinsehen als verfehlt. Alle Restklassenbildung ist quantitativ und qualitativ gesehen eine Vergrößerung; damit wird hier die übliche und vermutlich realistische Sichtweise auf den Kopf gestellt, wonach das Unbewußte ein viel größerer und umfassenderer Bereich ist als das Vorbewußte. Sie impliziert, daß alles Vorbewußte ein Unbewußtes symbolisiert, und weiter, daß alles Unbewußte irgendwie im Vorbewußten symbolisiert wird. Beides ist mit Freuds Auffassung kaum vereinbar, wonach das Unbewußte Verdrängtes enthält, das als solches auch nicht symbolisiert sein muß, andererseits durch die analytische Kur ins Vorbewußte geholt werden kann und dann auch nichts Unbewußtes mehr symbolisiert. Der Autor distanziert sich (S.7) ohne weitere Begründung von der „Schichtungs- und Sedimentierungsmetapher des Unbewußten“. Aber seine eigene Auffassung scheint mir viel eher ein Schichtenmodell zu sein als die von Freud; und in jedem Fall ist fraglich, ob er noch das Freudsche Unbewußte wiedergibt. Krude ist auch der „ontologische“ Aspekt. Die Freiheit, das „philosophische Was-ist-Frageprinzip“ zu verlassen, wird man dem Autor zugestehen (S.6); aber die *Relationen* bezüglich des „Was-ist“ müssen erhalten bleiben, wenn das Modell realistisch sein soll. Im Restklassenmodell erscheinen die Elemente des Unbewußten als Mengen von Symbolen mit gleicher Bedeutung; die Bedeutung eines Symbols wird also im Modell ersetzt durch die Menge aller Symbole mit gleicher Bedeutung. Das ist eine Art extensionaler Auffassung, wie sie in der Mathematik oft erfolgreich ist, hier aber schwerlich sachgemäß. Die unbewußten Inhalte führen ein

Eigenleben unabhängig von Symbolisierungen; wäre es anders, hätte es die Psychoanalyse lange vor Freud gegeben. Schließlich impliziert die Interpretation der Deutung als Homomorphismus, daß das Verknüpfen, oder Hintereinanderdurchlaufen psychischer Inhalte „kompatibel“ ist mit der Symbolfunktion, mit andern Worten: wenn psychische Inhalte  $s, t$  unbewußte Inhalte  $u, v$  symbolisieren, dann symbolisiert die Zusammensetzung  $st$  den zusammengesetzten Inhalt  $uv$ . Das ist schon deswegen problematisch, weil der Autor nirgends erklärt, wie man sich die Verknüpfung der unbewußten Inhalte vorzustellen habe. Und wie paßt dazu der häufige Fall, daß ein Patient immer wieder denselben Inhalt erlebt und äußert?

Der Deutungsmorphismus ist, wie gesagt, nur der Ausgangspunkt ausführlicher weiterer Entwicklungen, in denen ziemlich hochstufige Mathematik herangezogen wird. Den Halbgruppen kann man simpliziale Komplexe zuordnen, diesen wiederum Homologiegruppen; da diese Zuordnungen funktoriell sind, entstehen aus dem Deutungsmorphismus zugeordnete Homomorphismen. Es wäre in der Tat wundervoll, wenn man diese Mathematik in den Dienst der Psychoanalyse stellen könnte. Aber Günthers Konstruktion scheint mir a limine nicht nur die Phänomene zu verlieren, sondern auch (teilweise) die Theorie, die sie mathematisieren möchte.

## 11

Ich will nun andeuten, wie ich mir eine Anwendung der Mathematik in der Psychoanalyse vorstelle; als besonders geeigneter und naheliegender Gegenstand erscheint mir die Traumarbeit, wie sie Freud in der „Traumdeutung“ beschrieben hat <sup>21</sup>. Hier arbeitet der seelische Apparat sich selbst überlassen, ohne therapeutische Einwirkung; auch die den Traum beeinflussenden Körper- und Umgebungsreize dürfen wir (für eine erste Annäherung) wohl außer Betracht lassen; ferner findet diese Arbeit (in ihrem wesentlichen Teil wenigstens) im Unbewußten statt, so daß die mit der Einmischung des Bewußtseins verbundenen Komplikationen (wie die Selbstreferenz) nicht auftreten. Schon Freuds Beschreibung dieser Vorgänge hat einen mechanistischen Einschlag; er spricht von „Kräftespiel“, von der „Resultierenden im Kräfteparallelogramm“ und benutzt graphische Schemata, die an Flußdiagramme erinnern. Die Verwandtschaft der Forschungssituation mit der Newtons scheint mir hier besonders deutlich. Freud selbst spricht nie davon, noch weniger von einer Verbindung zur Mathematik, was letzteres natürlich nicht verwundern kann, weil es die Mathematik, mit der man diesen Dingen allenfalls nähertreten kann, im Jahr 1900 noch nicht gab.

Bekanntlich ist nach Freud jeder Traum eine Wunscherfüllung. Ziel der Traumarbeit ist es, die Erfüllung des Wunsches, die „in Wirklichkeit“ nicht möglich ist, so doch so zum wirklichen Erlebnis werden zu lassen. In den interessanten, Deutung erfordernden Fällen sind diese Wünsche verdrängte Wünsche, hauptsächlich dem infantilen Sexualleben entstammend; d.h. sie existieren nur im Unbewußten und werden durch eine Art Zensur daran gehindert, in den Raum des Vorbewußten und damit die Verfügbarkeit für das Bewußtsein einzutreten. Da die Wunscherfüllung aber nur in einem mehr oder weniger bewußten Erleben stattfinden kann (dem Erreichen von „Wahrnehmungsidentität“), entsteht für die Traumarbeit die Aufgabe, die ursprünglichen Wunschvorstellungen so zu

modifizieren, daß sie die Traumzensur passieren. Dies ist der Ursprung der Unterscheidung zwischen dem manifesten Trauminhalt, an den der Träumer sich erinnern kann (wobei freilich die meisten Träume sofort wieder vergessen werden), und dem latenten Traumgedanken, den die Deutung rekonstruieren muß.

An der Traumarbeit unterscheidet Freud vier Momente (vier „Traumbildner“, S.495), von denen Verdichtung und Verschiebung die wichtigsten sind. Sie sorgen wesentlich für die Entstellung, der sich der Traumgedanke unterwerfen muß; die Verdichtung, indem sie in wenige Szenen zusammendrängt, was sich bei der Analyse in romanhafter Ausbreitung zeigt, so daß eine Art Überbestimmtheit entsteht: jedes Moment im Trauminhalt steht in einer Vielzahl von Bezügen, so daß die für den Traumgedanken bedeutsamen, aber verpönten sich gleichsam hinter den andern verstecken können; die Verschiebung, die in einer „Umwertung psychischer Wertigkeiten“ die erlebte Intensität von den Hauptsachen auf Nebenmomente übergehen läßt, wodurch ebenfalls die Zensur überlistet werden kann. Damit verbinden sich, als drittes und viertes Moment der Traumarbeit, die Inszenierung, die Realisierung des geeignet modifizierten Traumgedankens in einer erlebbaren Szene oder Handlung, und die Einbindung in einen größeren Zusammenhang; die Traumarbeit scheint genötigt zu sein, in irgendeiner Form an kurz zurückliegende Erlebnisse („Tagesreste“) anzuknüpfen.

## 12

Fragen wir nun nach einem mathematischen Ansatzpunkt, so fällt sofort der kombinatorische Charakter dieser Vorgänge auf. Ein bestimmter Erlebnisinhalt sucht sich mit andern zu verbinden, an andere anzuknüpfen und sich in ihnen zu verkörpern. Die Anknüpfung geschieht über Ähnlichkeiten, die sehr äußerlich sein können (was der Entstellung zugute kommt), bis herab zu bloßen Wortanklängen (ein nach Freud sehr häufiger Fall), oder durch Assoziation, durch Vermittlung durch einen dritten Inhalt, der mit beiden schon verbunden ist. Dabei sind, im Hinblick auf die Zensur, bestimmte Rücksichten zu beachten, die ein Mathematiker vielleicht „Ausschlußbedingungen“ nennen würde. Das Ziel ist, dem ursprünglichen Traumgedanken eine Form zu geben, die ihn „träumbar“ macht. Kombinatorisch ist die Traumarbeit dadurch, daß sie keine Inhalte selbst schafft, sondern aus schon bereitliegenden, erlebten oder phantasierten Inhalten für den gegenwärtigen Zweck geeignete auswählt und zusammenstellt.

Diese Kombinatorik ist nun ohne weiteres mathematikfähig. Gehen wir mit Lorenzer davon aus, daß unbewußte wie vorbewußte Inhalte als in Szenen eingebunden gespeichert sind, so können wir uns einen Graphen vorstellen, dessen Knoten die Szenen sind und dessen Kanten durch Relationen definiert sind, die zwischen den Szenen bestehen. Dieser Graph ist nun in mannigfacher Weise strukturell angereichert („decorated“). Zunächst sind die Szenen zu unterscheiden, nach mindestens drei Gesichtspunkten. Die erste Unterscheidung gilt den Inhalten – ähnlich wie ein Kategoriensystem im philosophischen Sinn alle Arten erfahrbarer Entitäten klassifiziert, werden sich auch die Szenen einteilen lassen, wobei das „kategoriale System der Szenen“ wohl als eine Vergrößerung des gewöhnlichen zu denken ist, was mathematisch gesehen auf Bildung von Äquivalenzklassen hinausläuft; vielleicht werden nur ganz fundamentale Unterschiede



wie groß und klein, nah und fern berücksichtigt. Eine zweite Unterscheidung betrifft den „energetischen“ Aspekt, die Stärke der Besetzung mit Lust oder Unlust; schließlich muß natürlich nach unbewußt und vorbewußt unterschieden werden. Die Beziehungen zwischen Szenen können Ähnlichkeitserinnerungen im Sinne von Carnap sein<sup>22</sup>; eine Szene kann in eine andere als Teil eingehen oder als ganze übergehen. Die Bestandstücke einer Szene tragen Namen, und diese können durch Anklänge untereinander verbunden sein. Diese Ähnlichkeits- und Übergangsbeziehungen zwischen den Szenen können mehr oder weniger ausgeprägt sein, auch asymmetrisch – der Übergang ist nur in einer Richtung möglich. Ebenso sind die energetischen Besetzungen von verschiedener Stärke, was mathematisch als Ordnungsrelation zu fassen ist. Die „Ausschlußbedingungen“ der Zensur können einfach durch das Fehlen eines Übergangs in den vorbewußten Bereich wiedergegeben werden. All das läuft mathematisch darauf hinaus, daß der Graph der Szenen wenigstens in Teilen die Struktur eines Netzwerks trägt.

### 13

Damit ist eine Bühne für das Traumschauspiel umrissen; die Traumarbeit ist nun Autor, Regisseur und Spielleiter zugleich. Es liegt nahe, sie in erster Annäherung als ein Durchlaufen einer Folge von Szenen zu denken, so wie man ja auch den „fertigen“ Traum als eine solche Folge erlebt, einem Film vergleichbar, der sich aus Einzelbildern zusammensetzt. Gemäß den Freudschen Darlegungen ist nun ein unbewußter Wunsch, der nach Erfüllung drängt, der eigentliche Anlaß für den Traum, der aber im einen Vorbewußten liegenden Tagesrest als Anknüpfungspunkt braucht. In der einfachsten Annahme führt also der Weg durch den Graphen der Szenen von einer unbewußten Szene einer vorbewußten entgegen, die sie aber gemäß den Ausschlußbedingungen nicht auf direktem Weg erreichen kann. Sie ist daher zu Umwegen durch andere Szenen gezwungen, was zu Entstellungen führt. Um der Verdichtungsarbeit Rechnung zu tragen, könnte man annehmen, daß mehrere Wünsche gleichzeitig nach Erfüllung in einem Traumerleben streben, die Traumarbeit also nicht als ein einzelner Weg, sondern als Strang von mehreren wiederzugeben ist; die Verdichtung erschiene so als Auswirkung eines Extremalprinzips, nämlich größter Wirkung bei kleinstem Aufwand.

Damit haben wir aber die Phänomene offenbar noch nicht erreicht – der schließlich erlebte Traum ist ja nicht einfach die letzte von der Traumarbeit durchlaufene Szene, sondern selbst, wie gesagt, eine Folge von Szenen, und die Szenen dieser Folge waren zuvor vielleicht noch gar nicht vorhanden, sondern wurden aus den schon vorhandenen von der Traumarbeit erst komponiert. Die Traumarbeit durchläuft also nicht einfach das Netzwerk der Szenen, sondern nimmt beim Übergang Bestandstücke einer Szene mit in die nächste, modifiziert diese damit (wobei auch jene Verdichtung stattfinden kann, die Matte Blanco so beschäftigt hat) und produziert schließlich eine Folge modifizierter Szenen, die natürlich sämtlich im Vorbewußten liegen. In unserem Modell könnte man das durch die Annahme wiedergeben, daß dem Traumweg, auch wenn er schon das Vorbewußte erreicht hat, aus dem Unbewußten immer neue Seitenwege zugehen müssen, weil alle Energie aus diesem her stammt, und daß die Szenenfolge, die schließlich den regredienten Weg zur Wahrnehmungsidentität nimmt, einfach aus allen im Vorbewußten liegenden Stationen dieses Wegs besteht. Mathematisch wird in diesem Modell nicht nur

die Graphentheorie herangezogen, sondern auch die Spieltheorie, deren Grundfrage lautet, ob der Spieler eine Gewinnstrategie hat oder nicht; die Traumarbeit – der Spieler – verfolgt ja ein bestimmtes Ziel, das sie auch verfehlen kann, was den Abbruch in einen Angsttraum zur Folge hat. Dies ließe sich dadurch wiedergeben, daß ein Übersprung ins Vorbewußte erzwungen wird, wenn die energetische Besetzung einen kritischen Wert überschreitet.

Weiter muß berücksichtigt werden, daß das Netzwerk der Szenen durch die Traumarbeit im Ganzen modifiziert wird; das Produkt der Traumarbeit, der geträumte Traum, wird ja selbst zu einer Szene, so daß eine Art rudimentärer Selbstreferenz ins Spiel kommt: manchmal „wissen“ wir träumend, daß wir diesen Traum schon einmal geträumt haben. Auch das „gewöhnliche“ Wacherleben wirkt natürlich ein, indem es neue Erinnerungen und damit neue Szenen einbringt. Faßt man alle Strukturmomente zusammen, ergibt sich ein recht kompliziertes Aggregat, und soweit ich sehe, gibt es keinen einzelnen mathematischen Strukturbegriff, der alle Momente in sich schließt. Einschlägig ist hier vielleicht auch die Theorie der dynamischen Systeme, die das Verhalten von Elementen oder Teilmengen eines Raums  $X$  unter einer kontinuierlich oder in Intervallen einwirkenden Transformation  $T: X \rightarrow X$  studiert und schon durch ihre Begrifflichkeit von Attraktoren und Repulsoren, Periodizität und Wiederkehr dem Affektleben nahezustehen scheint. Ich habe aber noch nicht sehen können, wie die Grundbegriffe dieser Theorie in der Traumarbeit sachgemäß einzusetzen wären.

14

Der beeindruckendste, weil umfassendste und von ständiger methodischer Reflexion begleitete Versuch, den *ordo geometricus* in die Psychoanalyse einzuführen, liegt im Werk von Wilfred R. Bion vor<sup>23</sup>. Der Fortschritt der Psychoanalyse wird behindert durch die Disparatheit verschiedener Theorien, die alle ihr Recht und ihren Nutzen haben, aber sozusagen inkommensurabel bleiben, da eine gemeinsame Grundlage fehlt oder nicht ausreicht. „Jeder Analytiker wird die Verwirrung erkennen, die entsteht – oder zumindest das Gefühl von Unzufriedenheit, das vorherrscht – , wenn eine Diskussion unter den Mitgliedern einer psychoanalytischen Vereinigung deutlich macht, daß alle verstehen, wie ein Fall gelagert ist, daß aber die Argumente, die zu seiner Klärung formuliert werden, von Mitglied zu Mitglied und von Fall zu Fall variieren. Ein solcher Zustand muß aufhören, wenn es Fortschritte geben soll“ (T S.115). Der erste Schritt, die Lage zu bessern, besteht in der Einführung von Grundbegriffen, den „Elementen der Psychoanalyse“, was Bion in seinem gleichnamigen Buch unternimmt. Dabei werden diese Grundbegriffe mit Symbolen und Buchstaben bezeichnet, um den „Halbschatten von Assoziationen“, von gewohnten Konnotationen möglichst zu vermeiden. Weiter ist ein solche Symbolisierung natürlich Voraussetzung für einen Kalkül dieser Elemente. Bei Bion finden sich dazu nur Ansätze; er betont aber LE S.89 die Notwendigkeit einer psychoanalytischen Notation, die sich nicht nur zur Dokumentation analytischer Arbeit eignet, sondern auch zur Weiterarbeit am Dokumentierten. Was er anstrebt, soll also für die Psychoanalyse das leisten, was Freges Begriffsschrift für die Logik geleistet hat.

18

Die beiden ersten Elemente sind die fundamentalen Prozesse, die der Konstitution und Entwicklung der Person zugrunde liegen, die Beziehung von Container und Contained, durch das Venus- und Marszeichen symbolisiert, und das Wechselspiel von paranoid-schizoider und depressiver Position, mit PS ↔ D bezeichnet <sup>23a</sup>. Alle psychoanalytischen Objekte haben eine „Ausdehnung“ in drei „Dimensionen“, im Bereich der Sinne, im Bereich des Mythos und im Bereich der Passionen (EP S.40). Für die beiden ersten fehlen Symbolisierungen (vielleicht weil sie keine speziell psychoanalytischen termini technici involvieren), der letzte meint alles, was in L (für love), H (für hatred) und K (für knowledge) inbegriffen ist (EP S.33). Der Buchstabe I (nach idea) steht für alle möglichen psychischen Inhalte, wie Gedanken im Sinne Freges, Vorstellungen und Gefühlsregungen.

Diese Inhalte werden klassifiziert oder kategorisiert in dem berühmten Raster (grid), wohl dem bekanntesten Stück von Bions System, eine Matrix mit acht Zeilen und einer offenen Zahl von Spalten, von denen Bion aber nur sechs in Betracht zieht. Die Zeilen, A – H, ordnen die Inhalte nach ihren Entwicklungsstadien. Es sind dies, der Reihe nach: Beta-Elemente (die früheste Form psychischer Inhalte, von den sie hervorrufenden Sinneseindrücken noch kaum abgesetzt), Alpha-Elemente (Produkte der Bearbeitung von Sinnesdaten durch die Alpha-Funktion), Traumgedanken, Präkonzeptionen (Zustände von Erwartung), Konzeptionen (durch Realisierung gesättigte Präkonzeptionen), Konzepte (Begriffe), wissenschaftliche deduktive Systeme, schließlich Kalküle. Die Spalten, fortlaufend numeriert, ordnen die Inhalte nach ihren Verwendungsweisen, beginnend mit „definitiven Hypothesen“, endend mit Notation, Aufmerksamkeit, Forschung, Handeln. Die zweite Spalte, mit  $\psi$  bezeichnet (für pseudo?), enthält eine „uneigentliche“ Art der Verwendung, in der ein Inhalt dazu benutzt wird, einen andern zu verdecken; in EP S.135 erwägt Bion, diese Funktion nicht durch eine eigene Spalte wiederzugeben, sondern zu allen andern Spalten eine entsprechende negierte einzuführen. Nicht alle Positionen der Matrix sind besetzt, teils, weil eine Besetzung nicht möglich ist (so kann ein Beta-Element kraft seiner Definition nicht zur Aufmerksamkeit gelangen), teils, weil einzelne Positionen von Bion nicht behandelt werden<sup>24</sup>. Die Klassifikation, vom philosophischen Gesichtspunkt selbst schon interessant genug, ist für Bion aber nicht Selbstzweck, sondern als Arbeitsinstrument für den Analytiker gedacht. Dazu ist notwendig, daß dieser die Übergänge zwischen den einzelnen Positionen interpretieren kann, von Bion „Transformationen“ genannt und Gegenstand seines gleichnamigen Buchs. Es ist klar, daß die Beherrschung einer solchen Technik ein starkes Hilfsmittel für analytische Deutung sein kann; das Ganze erinnert von fern an die Tafeln Ramon Lulls und Leibnizens Idee des calculus ratiocinator.

Betrachten wir nun dieses System sub specie mathematica. In ihm ist zweifellos ein großer Teil von dem geleistet, was der erste Schritt bei jeder Mathematisierung sein muß, die Herausarbeitung einer Reihe von Grundbegriffen; ein Schritt nach vorn zur Einführung einer reglementierten Sprache <sup>24a</sup>. Das Herausarbeiten vollzieht sich dadurch oder besteht darin, daß mehr und mehr präzisiert wird, was von den Grundbegriffen ausgesagt werden kann; ist diese Präzisierung soweit vorangeschritten, daß sie ein System

von Grundaussagen einschließt, aus denen alle andern einschlägigen Aussagen abgeleitet werden können, dann ist die Theorie, um Hilberts Worte zu gebrauchen, „reif, der axiomatischen Methode zu verfallen“. Vom Gesichtspunkt der formalen Logik ist dann eine Sprache geschaffen, in der die gesamte Theorie formuliert werden, und die nun auch ohne weiteres formalisiert werden kann; vom philosophischen Gesichtspunkt aus besitzt man dann ein für den Gegenstandsbereich einschlägiges Kategoriensystem, welches festlegt, was für Aussagen über die Grundbegriffe überhaupt *sinnvoll* sind, noch bevor über wahr und falsch entschieden wird. Erkenntnistheoretisch betrachtet, ist die Theorie mit diesem Augenblick „selbsttragend“, bedarf keiner Bestätigung durch die Außenwelt mehr, genauer: die Theorie kann sich rein durch begriffliche Konstruktion und logische Deduktion entwickeln, die Außenwelt entscheidet nicht mehr über die *Richtigkeit* der Sätze der Theorie, sondern nur mehr über ihre *Brauchbarkeit*. Die Entwicklung kann natürlich (und wird im Allgemeinen auch) dazu führen, daß das Gesamtsystem revidiert oder relativiert werden muß. Eine so weit gehende Konsolidierung der Grundbegriffe wird von Bion noch nicht erreicht, wie er selbst gelegentlich hervorhebt; er warnt sogar T S.210 vor der „vorzeitigen Mathematisierung eines Gegenstandes...der für ein solches Verfahren noch nicht reif ist“ und ironisiert seine eigenen Bemühungen als eine „Lewis-Carroll-Mathematik“<sup>24b</sup>. Aber seine Bücher geben der Erwartung Raum, daß das Ziel auf solchem oder ähnlichem Wege erreicht werden kann.

16

Der unfertige Zustand des Gesamtsystems (als *work in progress*) hindert natürlich nicht, Einzelnes unabhängig mit Mathematik in Verbindung zu bringen. Hierbei zeigt Bion leider keine glückliche Hand.

Um dem Problem des Umgangs mit dem „Nicht-Ding“, der Bewältigung der Erfahrung, daß die Brust ausbleibt, eine mathematische Parallele zu geben, zieht Bion wiederholt den Vergleich mit einer (ebenen) Geraden, die einen Kreis in zwei Punkten, in einem Punkt oder auch gar nicht schneiden kann. Um die „fehlenden“ Punkte zu erhalten, erweitert mathematische Konstruktion den reellen zum komplexen Körper, wodurch sich die ganze Situation ins Vierdimensionale hebt und damit der Anschauung entzogen wird. Sind im Reellen schon ein oder zwei Schnittpunkte vorhanden, ändert sich daran nichts, ist aber keiner vorhanden, erhält man ein Paar konjugiert-komplexer Schnittpunkte<sup>25</sup>. Von den hier beteiligten mathematischen Strukturmomenten – der Mechanismus quadratischer Gleichungen, die komplexe Konjugation als einziger nichttrivialer Automorphismus von  $\mathbb{C}$  – bei Bion nirgends die Rede, und es ist auch nicht zu sehen, wie etwas davon sinnvoll ins Spiel gebracht werden könnte. Der Vergleich reicht nicht weiter als die Feststellung, daß Probleme, die in einem gegebenen Bereich nicht lösbar sind, in einem größeren eine unerwartete Lösung haben können. Das wäre billiger zu haben; die Gleichung  $3 + x = 2$  hat keine Lösung in natürlichen, wohl aber eine in ganzen Zahlen. Sogar in dieser Allgemeinheit ist der Vergleich nicht ganz gelungen, denn von einem rein geometrischen Gesichtspunkt aus stellen die fehlenden Schnittpunkte gar kein „Problem“ dar (für Gerade und Kreis in der Ebene ist es „normal“, daß sie sich nicht schneiden, erst bei algebraischer Betrachtung werden die Schnittpunkte vermißt, man möchte den Satz von Bézout in Geltung sehen); während das Fehlen der Brust unmittelbar bedrohlich ist.

20

Leichtes Unbehagen verspürt man als Mathematiker bei Bions Gebrauch des Begriffs der Transformation. Irritierend ist schon seine Notation; er schreibt (T S.31)  $T\alpha \rightarrow T\beta$ , wobei  $\beta$  den Endpunkt bezeichnet; er insistiert aber, daß  $\alpha$  nicht den Anfangspunkt, sondern den Prozeß der Transformation selbst bezeichnen soll. Ein Mathematiker liest  $T\alpha \rightarrow T\beta$  als eine Abbildung, die  $T\alpha$  in  $T\beta$  überführt. In T S.199 findet sich die Gleichung  $T\alpha \rightarrow T\beta = K \rightarrow O$ . Wenn man die Notation mathematisch ernst nimmt, muß man daraus schließen, daß  $K = T\alpha$  und  $O = T\beta$ , was aber keinen Sinn hat. Wem solche Beanstandungen kleinlich vorkommen, der sollte bedenken, daß es gerade Bions Anliegen und Ehrgeiz ist, mathematische Präzision in den psychoanalytischen Diskurs einzuführen. Eine Notation, die sich mathematisch gibt, sollte sich aber auch mathematisch genau lesen lassen, wenn sie nicht in den Verdacht kommen will, ein bloßer Bluff zu sein.

Alltagssprachlich ist der Begriff der Transformation von sehr allgemeiner Verwendung und kann fast überall benutzt werden, wo Veränderung vor sich geht; mathematisch ist eine Transformation immer eine Abbildung  $T: X \rightarrow Y$ , wobei meistens noch  $X = Y$  ist, kann also auf jedes Element von  $X$  angewandt, im Fall  $X = Y$  also auch beliebig iteriert werden;  $T$  ist nicht als einzelner Übergang von  $x$  nach  $T(x)$  zu denken, sondern als das Gesetz, das *alle* Paare  $x$  und  $T(x)$  verbindet. Schon Bions einleitendes Beispiel, die „Transformation“ eines Mohnfelds in ein Gemälde, läßt sich diesem mathematischen Begriff nicht subsumieren, denn beim Gemälde ist es gerade nicht das Gesetzmäßige der Transformation, was uns bedeutsam erscheint, sondern das Individuelle und Einmalige; zum Gesetz gemacht, würde es Klischee und verlöre sein Interesse. Anders wiederum ist die Lage bei Bions Hauptbeispiel, den Übergängen innerhalb des Rasters. Übergänge zwischen Rasterpunkten können nur verknüpft werden, wenn der Endpunkt des ersten der Anfangspunkt des zweiten ist; insbesondere kann kein Übergang iteriert werden. Auch kann man keine zwei Übergänge als Anwendung ein und desselben Übergangsprinzips auffassen; ein Übergang innerhalb einer Spalte ist offensichtlich etwas ganz anderes als einer innerhalb einer Zeile. Viel näher liegt, die Übergänge im Raster als Wege in einem Graphen zu denken, vielleicht auch als Abbildungen zwischen verschiedenen Mengen (oder allgemeiner als Morphismen zwischen verschiedenen Objekten).

Nicht angebracht scheint es mir hier, von einer Transformationsgruppe zu sprechen (T S.25), denn eine Transformation, die einer Gruppe angehört, ist immer umkehrbar. In der Physik ist es oft sachgerecht, anzunehmen, daß ein System (zum Beispiel das Sonnensystem) in einen Anfangszustand zurückkehrt; bei psychischen Prozessen scheint mir fraglich, ob eine solche Annahme überhaupt je gerechtfertigt ist. Ein Trauma läßt sich nie ganz wegtherapieren, und selbst wenn das möglich wäre, würde dies keine Rückkehr zum vorangegangenen Zustand bedeuten, denn das Unbewußte, wie Freud sagt, vergißt nichts.

Zu klären ist in diesem Kontext auch der Begriff der Invariante. Mathematisch ist eine Invariante einer Transformation  $T: X \rightarrow X$  eine auf  $X$  definierte Funktion  $f$ , welche die Gleichung  $f(x) = f(T(x))$  erfüllt, also auf den Bahnen von  $f$  konstant ist, oder eine (binäre) Relation  $R$  auf  $X$  derart, daß aus  $R(x,y)$  stets auch  $R(T(x),T(y))$  folgt; im

allgemeineren Fall  $T: X \rightarrow Y$  hätte man Relationen  $R$  auf  $X$  und  $S$  auf  $Y$  anzunehmen, derart, daß aus  $R(x,y)$  stets  $S(T(x),T(y))$  folgt. Ein Mathematiker würde dann  $T$  einen Morphismus in der Kategorie der (Mengen mit) Relationen nennen; was dabei invariant bleibt, ist die in  $R$  und  $S$  enthaltene „gemeinsame Struktur“. Es erscheint mir adäquater, von „Darstellung“ (wie beim Mohnfeld) oder „Übersetzung“ zu sprechen statt von Transformation.

Völlig mißraten scheint mir Bions Versuch einer „Mathematik der Halluzinose“ (T S.170ff). Nach dem Entzug der Brust kann der Säugling befriedigt sein, weil satt, oder unbefriedigt; im letzteren Fall kann er imstande sein oder nicht, die Frustration zu ertragen; ist er es nicht, erlebt er die Brust als „böse“, weil abwesend. Bion will diese drei Möglichkeiten mit den Gleichungen  $1 + 0 = 1$ ,  $1 + 0 = 0$ ,  $1 + 0 = -1$  wiedergeben<sup>26</sup>. Nun verwendet die Mathematik das Pluszeichen in sehr verschiedenen Weisen; aber es handelt sich dabei ausnahmslos um eine binäre Operation auf einer Menge (oder Klasse)  $X$ , „strukturell“ (mathematisch-kategorial) also eine Funktion  $X \times X \rightarrow X$ , die wenigstens assoziativ und kommutativ sein sollte. Was Bion beschreiben will, ist aber eine Aufeinanderfolge von Zuständen, strukturell als Abbildung  $T \rightarrow X$  zu fassen, wobei  $T$  ein Raum von Zeitparametern ist; eine feinere Version, die Anfangszustände berücksichtigt (hier sicher sachgemäß), ist  $T \times X \rightarrow X$ . Nur in einem übertragenen Sinn kann man einen Zustand als „Summe“ vorangegangener Zustände auffassen, und der dabei verwendete Begriff von „Summe“ hat jedenfalls ganz andere Eigenschaften als der mathematische. Vor allem aber ist es die *raison d' être* von Gleichungen, daß man die beiden Seiten einer Gleichung in beliebigen Gleichungen füreinander einsetzen kann. Tut man das hier, ergibt sich die selbst für eine „Carrollingsche“ Mathematik untragbare Konsequenz, daß  $1 = 0 = -1$ . Es mag sein, daß solche Notationen, rein als Abkürzungen genommen, für die analytische Arbeit nützlich sind; mit Mathematik haben sie aber nichts zu tun und sind eher geeignet, Erkenntnis zu stören als zu befördern, indem sie einen Kalkül suggerieren, wo keiner vorhanden ist.

17

Obwohl diese Mißgriffe zum Teil derb sind, tangieren sie nicht den Bionschen Systemansatz und lassen sich zurechtrücken oder beseitigen<sup>27</sup>. Sie zeigen jedenfalls, daß dieser Ansatz an vielen Stellen schon nahe an der Mathematik ist. Eine davon möchte ich herausheben, die Bion selbst nicht so bedacht hat, nämlich den Mechanismus  $PS \leftrightarrow D$  (und vielleicht betrifft dies auch das Verhältnis Container-Contained). Der Kerngedanke ist hier das Wechselspiel von Dissoziation und erneuter Assoziation (dieser Begriff hier wörtlich verstanden, nicht im üblichen metaphorischen Sinn), von Strukturverlust und erneuter Strukturierung. Daß eine Sache, um sich zu erneuern, oder um vollkommen zu werden, durch die Zerstörung hindurchgehen muß, ist eine verbreitete Denkfigur (im einfachsten Fall geradezu eine Tautologie), sogar ein Mythologem, wie beim Vogel Phönix oder Siegfrieds Schwert, das dreimal zerfeilt und neu geschmiedet werden muß. Sie wird mathematikfähig im Begriff der adjungierten Funktoren, für den sie einen Spezialfall darstellt. Leider ist dieser Begriff zu komplex, um hier adäquat erörtert zu werden; ich beschränke mich auf Andeutungen und einfache einschlägige Beispiele.

22

Abbildungen  $f: M \rightarrow N$  zwischen irgendwie strukturierten Mengen (Morphismen innerhalb einer Kategorie) bewirken in der Regel einen Struktur- (oder Informations-) Verlust, insofern das Bild  $f(M)$  nur ein „Abbild“ von  $M$  ist, aber nicht notwendig ein „treues“; ein charakteristisches Beispiel ist die Projektion des Raums auf eine Ebene (wie der Fall des Schattens). Funktoren aber (Morphismen zwischen Kategorien) können dazu dienen, Struktur „einzuführen“, und zwar in einer in gewissem Sinn „universellen“ Weise. Das anvisierte Wechselspiel kann nun realisiert werden, indem man einen strukturvermindernden mit einem strukturerzeugenden Funktor kombiniert. Ein einfaches Beispiel ist die Adjunktion eines „Vergißfunktors“, der einer Gruppe die ihr zugrundeliegende Menge zuordnet, also die Gruppenstruktur „vergißt“, mit dem Funktor „freie Gruppe“, der eine Menge  $M$  auf die von ihr erzeugte freie Gruppe  $F(M)$  abbildet. Der Mechanismus der Adjunktion liefert eine Kette

$$\text{Gruppe } G \rightarrow \text{Menge } G \rightarrow \text{Freie Gruppe } F(\text{Menge } G)$$

zusammen mit einer Art Projektion von  $F(\text{Menge } G) \rightarrow G$ , durch die  $G$  als Bild der freien Gruppe erscheint. Ein mehr elementares Beispiel erhalten wir bei Potenzmengen  $P(M)$  (die wir qua geordnete Mengen als Kategorien auffassen können). Zu jeder Menge  $M$  kann man einen „Synthesefunktor“

$$P(P(M)) \rightarrow P(M)$$

bilden, der jeder Familie  $(M_i)$  von Teilmengen von  $M$  ihre Vereinigung zuordnet; umgekehrt können wir jeder Teilmenge  $N$  von  $M$  ihre Potenzmenge  $P(N)$  zuordnen. Die Adjunktionsbeziehung besagt, daß die Vereinigung  $\cup (M_i)$  genau dann in  $N$  enthalten ist, wenn die Familie  $(M_i)$  eine Teilfamilie von  $P(N)$  ist, die Inklusionen

$$(M_i) \subset P(\cup (M_i)) \quad \text{und} \quad \cup P(N) = N$$

sind die „Eins“ und die „Coeins“ der Adjunktion. Dieses Beispiel zeigt den Prozeß von Dissoziation und anschließender Neu-Assoziation vielleicht auf etwas handfestere Art als das erste; in ihm ist aber nur *ein* Schritt möglich (weil die Eins hier ein Hüllenoperator ist). Aber der Adjunktionsbegriff ist flexibel und durchsetzt das ganze mathematische Theoriegebäude<sup>27</sup>; es sollte nicht schwierig sein, Beispiele von Familien adjungierter Funktoren zu konstruieren, die das Wechselspiel vom Typ  $PS \leftrightarrow D$  in subtilerer Weise wiedergeben.

Bisher sind wir der Frage nachgegangen, was Mathematik zur Psychoanalyse beitragen kann; sie läßt sich natürlich umkehren. „Ich hoffe, daß mit der Zeit die Grundlage für einen mathematischen Zugang zur Biologie gelegt wird, der auf den biologischen Ursprüngen der Mathematik gründet und nicht auf einem Versuch, an der Biologie eine mathematische Struktur festzumachen, die ihre Existenz der Fähigkeit des Mathematikers verdankt, Realisierungen, die seinen Konstrukten nahekommen, unter den Merkmalen des

Unbelebten zu finden“, schreibt Bion T S.139. Dieser bemerkenswerte Satz fordert zu einer Reihe von Fragen und Kommentaren heraus; fragen wir zuerst, was denn die biologischen Ursprünge der Mathematik sind und was die Psychoanalyse, die als Wissenschaft vom *Seelenleben* wenigstens zum Teil der *Biologie* angehört, zu ihrer Aufklärung beitragen könnte.

Nach einer Auffassung, die ich anderswo ausführlicher entwickelt habe <sup>29</sup>, betreibt Mathematik die Entfaltung von Gesetzmäßigkeiten des menschlichen kategorialen Systems; darunter verstehe ich die Gesamtheit der menschlichen Fähigkeiten („Vermögen“, wie Kant sagte), Welt aufzufassen, sich begrifflich auf sie zu beziehen und in theoretischer Aktion zu bearbeiten. Diese kategoriale Ausstattung gehört zur menschlichen Natur, ihre Erforschung, traditionell eine Aufgabe philosophischer Selbstbesinnung, kann also a limine auch als Teil der Biologie angesehen werden. Freilich hat die mathematische Entfaltung noch andere, der umgebenden Kultur angehörende Determinanten. Es gibt durchaus so etwas wie einen kulturspezifischen mathematischen Stil; wie kommt es, daß hier die Geometrie, dort das Zahlenrechnen im Vordergrund stehen? Spengler hat dazu bekannte Thesen vertreten, die hier nicht zu erörtern sind; inwieweit damit die psychoanalytische Sphäre berührt wird, bleibt auszumachen <sup>30</sup>.

Die Suche nach psychoanalytischen Ursprüngen der Mathematik wird aussichtsreicher, wenn wir uns von der Phylogenese zur Ontogenese wenden. Zu unserm Wissen von der Entwicklung mathematischer Grundfähigkeiten hat niemand mehr beigetragen als Piaget und seine Schule <sup>31</sup>; soweit ich aber sehe, bleibt der affektive Bereich ausgeklammert und damit der Gesichtspunkt der Psychoanalyse. Was hier prinzipiell geleistet werden könnte, zeigt die Studie von René Spitz über die Ontogenese der Negation, das Vermögen, wahr und falsch zu unterscheiden (ein logischer und damit mathematischer Grundvorgang). In einem weitergehenden Ansatz hat Dietmut Niedecken, Ideen von Bion und Lorenzer heranziehend, die „Genealogie“ des Satzes vom Widerspruch dargestellt <sup>32</sup>. Es ist trivial, daß auch die Entwicklung anderer mathematischer Grundfähigkeiten, des elementaren Operierens mit Zahlen und Figuren, Mengen und Konstellationen, von Affekten begleitet wird, Lust und Unlust sind überall dabei (trivialerweise die Unlust am Lernen und die Lust am Lernerfolg); interessant wäre, genauer zu sehen, wie sich die kognitiven Funktionen aus affektiven entbinden und von ihnen emanzipieren.

Eine andere Frage, zu der Psychoanalyse beitragen könnte, ist die nach dem Zustandekommen der mathematischen Erfindung. Jeder, der mit mathematischen Problemen Erfahrung hat, kennt den Unterschied zwischen dem schulmäßigen, methodischen Abarbeiten und dem plötzlichen Eintreten eines neuen und weiterführenden Gedankens; und jeder, der einmal lange und vergeblich ein Problem belagert hat, kennt die Erfahrung, daß der „innere mathematische Apparat“, einmal nachhaltig in Gang gesetzt, sozusagen unterirdisch fortminiert und ganz unvorhersehbar, oft bei fernliegenden Beschäftigungen, eine Idee ins Bewußtsein hinaufschickt <sup>33</sup>. Freuds Traumdeutung zeigt, wie auch solche unbewußten Vorgänge begrifflich erfaßt und rekonstruiert werden können. Im vorliegenden Fall sollte die Aufgabe einerseits leichter sein, weil es unwahrscheinlich ist, daß Verdrängung dem mathematischen Denken im



Wege steht; andererseits schwerer, insofern es die Traumarbeit mit bekanntem Material zu tun hat, dem sie nur eine „traumfähige“ Form geben muß, während es in der Forschung um das Neue und Unbekannte geht, welches durch das Bekannte nur mehr oder weniger vorgezeichnet wird; dasselbe gilt natürlich für alle Bereiche geistiger Kreativität. So scheint die Aufgabe unabsehbar; aber die mathematische Erfindung geht doch auf besonderen Wegen, die durch die Psychoanalyse vielleicht ein wenig aufgehellert werden könnten. Sie trägt einerseits die spanischen Stiefel einer unerbittlichen Logik; andererseits ist sie in dem jeweils gegebenen axiomatischen Rahmen gottähnlich frei zu beliebigen Konstruktionen; und im Fall der Mengentheorie (in deren Rahmen heute die meiste Mathematik stattfindet) ist das ein sehr weiter Spielraum.

19

Vor allem aber, und damit schließt sich der Kreis unserer Betrachtungen, könnte es sein, daß ein ernsthafter Versuch, seelische Vorgänge mathematisch darzustellen, einmal eine ganz neue Art Mathematik hervorbringt. Um die Bewegungen der Körper im Raum mathematisch adäquat zu erfassen, mußte Newton einen neuen Kalkül erfinden, den er Fluxionsrechnung nannte und der dann zum Grundstein des gewaltigen Gebäudes der Infinitesimalrechnung wurde<sup>34</sup>. Wenn man bedenkt, um wieviel komplizierter das Seelenleben ist als jene Bewegungen der Körper, und wie lange die Menschheit gebraucht hat, um die Grundbegriffe der Bewegungslehre in die „richtige“ Ordnung zu bringen, dann kann man die Möglichkeit nicht abweisen, daß die „richtige“ Mathematik für das Seelenleben noch fehlt. Jene Grundbegriffe kannte schon Aristoteles, es brauchte 2000 Jahre und den Genius Newtons, die adäquate Mathematik hervorzubringen. Die Grundbegriffe, mit denen die Psychoanalyse das Seelenleben zu fassen versucht, sind kaum älter als 100 Jahre; mit ihnen zugleich die adäquate Mathematik einzuführen, hätte kein Einzelner mehr zu leisten vermocht. Will man den Unterschied mit einem Schlagwort benennen, so könnte man sagen: die Mechanik erfordert eine Mathematik der Kausalität, das Seelenleben aber eine solche der Finalität<sup>35</sup>. Nun ist zu bemerken (und hier hat Bion in dem eingangs des letzten Abschnitts zitierten Satz unrecht), daß die Infinitesimalrechnung sich für beides gleichermaßen eignet, wie schon die Beschreibung des natürlichen Wachstums durch die Differentialgleichung  $y' = cy$  zeigt. Allgemeiner beschreibt eine Differentialgleichung  $y' = f(x,y)$  die Veränderung einer Größe  $y$  als Funktion ihres Zustands und eines Parameters, der immer in der gleichen Weise wächst; der Eindeutigkeitssatz für die Lösungen solcher Gleichungen zeigt mathematisch streng, was auch intuitiv klar ist, nämlich daß die so beschriebene Veränderung jedenfalls deterministisch ist; jeder Zustand bestimmt Zukunft wie Herkunft. Aber dieser Determinismus ist mit finaler Auffassung ebensogut vereinbar wie mit kausaler; man denke an alle aus Differentialgleichungen hervorgehenden Extremalprinzipien, zum Beispiel bei Minimalflächen. Wir haben bei der Erörterung einer möglichen Mathematik der Traumarbeit gesehen, daß auch die neuere kombinatorische Mathematik imstande ist, Prozesse am Leitfaden von Zielvorgaben zu beschreiben. Es kann aber auch sein, daß kein Aggregat bekannter Theorien zum Ziel führt, sondern ganz neue Grundbegriffe erforderlich werden, oder richtiger vielleicht, daß die Mathematikfähigkeit von Begriffen ans Licht tritt, die bislang von der mathematischen Sphäre weit entfernt schienen. Bedenkt man, wie lange es gedauert hat, bis der elementare Prozeß der Mengenbildung als genuin

25

mathematischer Gegenstand erkannt wurde, wird man eine solche Erwartung kaum als allzu spekulativ abtun können.

#### Anmerkungen und Nachweise

- (1) D.Hilbert, Axiomatisches Denken, Math.Ann. 78 (1918), S.415
- (2) Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft, Vorrede.
- (3) Ist es übrigens Zufall, daß gleichzeitig mit der „Traumdeutung“ Hilberts „Grundlagen der Geometrie“ erschien, wo das moderne axiomatische Denken zum erstenmal in ganz reiner Form verwirklicht ist?
- (4) Siehe auch meinen Aufsatz „Mathematik und Anwendung“, in: E.K., Beiträge zu einer Philosophie der Mathematik, Leipziger Universitätsverlag 2002.
- (5) H.Herz, Die Prinzipien der Mechanik, Leipzig 1884, S.1.
- (6) Wenn heute von Bourbaki nicht mehr viel die Rede ist, dann nur deswegen, weil dieses Begriffssystem sich in unangefochtener Herrschaft befindet. Das schließt nicht aus, daß es von Zeit zu Zeit Erweiterungen gibt; die bisher wohl bedeutendste ist der Kategorienbegriff.
- (7) In einem kürzlich erschienenen Aufsatz (Innerer und äußerer Raum – zur Problematik euklidischer Modelle im klinischen Diskurs, Nachrichten der DPV 2008) hat Gerhard Schneider die Unentbehrlichkeit von Raumvorstellungen in der Psychoanalyse unterstrichen. Er weist auch darauf hin, daß Topologien innerer Räume (wenn sie denn möglich und sinnvoll sind) von der des Anschauungsraums vermutlich sehr abweichen, zum Beispiel nicht mehr hausdorffsch sind.
- (8) Man kann auch darin erinnern, daß selbst mathematischer Fortschritt zu Anfang der Fundierung ermangeln kann, wie die Infinitesimalrechnung oder Diracs Delta-Kalkül.
- (9) Hier ist noch des Nutzens zu erwähnen, den die Mathematik einem *bel esprit* bringen kann und von dem Lichtenberg in einem leider viel zu kurzen Aufsatz gehandelt hat. Da dieser aber immer noch zu lang ist, um hierhergesetzt zu werden, und ich mich hüte, dem Lichtenbergschen Gedankenflug in einem „langsam konvergierenden Paragraphen“ hinterherzustolpern, verweise ich den Leser auf den Originaltext: G.C.Lichtenberg, Über den Nutzen, den die Mathematik einem *bel esprit* bringen kann, in: G.C.L., Ausgewählte Werke in 2 Bänden, Frankfurt/M 1970, Bd. 2.
- (10) A.Sokal, J.Bricmont, Eleganter Unsinn, Beck-Verlag, München 1999. Siehe auch das letzte Kapitel des Buchs von Herbert Mehrrens, Moderne, Sprache, Mathematik,

Frankft/M 1990. Mehrstens gibt sich redliche Mühe, den lacanianischen mathematica einen Sinn zu unterlegen, aber ich könnte nicht sagen, daß es ihm gelungen ist.

(11) A.Sciacchitano, Das Unendliche und das Subjekt, Riss-Verlag, Zürich, 2004.

(12) Manches geht sicher auch zu Lasten des Übersetzers, wie „gleichmächtig“ für „idempotent“.

(13) „...solange es griechische Geometer gab, sind dieselben immer vor jenem Abgrund des Unendlichen stehengeblieben“. Hermann Hankel, Zur Geschichte der Mathematik in Altertum und Mittelalter, Leipzig 1874.

(14) Allerdings erst die Theorie 2.Stufe; die der ersten Stufe, in der die Vollständigkeit nicht formuliert werden kann, ist nach dem aufsteigenden Satz von Löwenheim-Skolem nicht-kategorisch, worauf die Möglichkeit der Nichtstandard-Analysis nach Robinson beruht.

(15) Wohin es führen kann, wenn man sich von öffentlich nachvollziehbarer Argumentation dispensiert, zeigt das Buch von Annette Bitsch, Always crashing in the same car. Jacques Lacans Mathematik des Unbewußten, Weimar 2001.

(16) I.Matte Blanco, The Unconscious as Infinite Sets, London 1975; ders.; Thinking, Feeling and Being, London 1998; in Text zitiert als UIS und TBF.

(17) Ich verweise auf meinen Aufsatz „Was bedeutet logisches Gelten?“, Hamburger Beiträge zur Mathematik, 2006.

(18) Die er aus Courant-Robbins, What is Mathematics? entnimmt.

(19) Am klarsten erkennt man die logischen Verhältnisse in der kategorientheoretischen Formulierung als Coprodukt. Aus dem (gefaseren) Coprodukt von zwei Objekten A,B sind diese Objekte i.A. nicht rekonstruierbar; man hat kanonische Morphismen von den Objekten in das Coprodukt; beim Produkt verhält es sich umgekehrt.

(20) S.Günther, Mathematik und Psychoanalyse. Entwurf einer Psychoalgebra, Aachen 2003.

(21) S.Freud, Die Traumdeutung, Ges.Werke Bd.II/III, London 1942.

(22) R.Carnap, Der logische Aufbau der Welt, Berlin 1928.

(23) W.R.Bion, Elemente der Psychoanalyse (EP), Lernen durch Erfahrung (LE), Transformationen (T), alle im Suhrkamp-Verlag, Frankfurt/M, 1992, 1990, 1997.

(23a) Es sollte betont werden, daß diese von Melanie Klein eingeführten Begriffe für jede Persönlichkeitsentwicklung einschlägig sind, nicht bloß in pathologischen Fällen.

(24) Die ganze letzte Zeile ist leer, die vorletzte enthält nur G2; darin kommt wohl zum Ausdruck, daß die Psychoanalyse in erster Linie mit pathologischen Phänomenen oder mit frühen Stadien der Ontogenese befaßt ist, bei denen diese Stufen psychischer Inhalte selten sind. Wie H2 aussehen könnte, deutet eine berühmte (wenngleich erfundene) Anekdote aus dem Leben Eulers an: als der Freigeist Diderot das fromme St.Petersburg besuchte, habe ihm Euler eine algebraische Formel entgegengehalten mit den Worten: „Donc Dieu existe!“ (Siehe R.Thiele, Leonhard Euler, Leipzig 1982, S.36.) Ein besseres Beispiel ist vielleicht Gödels modallogischer Gottesbeweis.

(24a) Überlegungen zu einer formalisierbaren Sprache der Psychoanalyse enthält auch das erste Kapitel des Buchs „Empirische Modelle“ von W. Balzer, Braunschweig 1982. Der Autor entwickelt sie anhand einfacher Fälle aus Freuds Praxis, bleibt aber auf der Ebene reiner Wissenschaftstheorie (Stegmüllerscher Observanz) und dringt zur Mathematik gar nicht vor, weshalb ich hier nicht darauf eingehe.

(24b) Im Original „Dodgsonian Mathematics“. Für Näheres dazu siehe den Beitrag von Tobias Schaffrik in: Dietmut Niedecken (Hrsg.), Szene und Containment, Marburg 2008, S.27ff.

(25) Vielleicht ist hier eine Illustration nützlich. Der ebene reelle Einheitskreis

$$\{(x,y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$$

hat keinen Schnittpunkt mit der Geraden  $y = 2$ , wie eine Skizze sofort zeigt. Die Algebra zeigt das dadurch, daß nach Einsetzen von  $y = 2$  in die Kreisgleichung für  $x$  die Gleichung  $x^2 = -3$  entsteht, die keine reelle Lösung hat, aber ein Paar von komplexen Lösungen, nämlich  $\pm i\sqrt{3}$ . Die komplexe Konjugation besteht dabei in dem Übergang von  $i$  zu  $-i$ . Interessant ist in diesem Zusammenhang vielleicht auch die Bemerkung, daß der Schnitt des reell zweidimensionalen komplexen Kreises mit der Ebene  $\text{Im } x = \text{Re } y = 0$  zu der (reellen) Hyperbel  $x^2 - y^2 = 1$  führt, welche die Gerade  $y = 2$  in zwei Punkten schneidet.

(26) Die zweite dieser Gleichungen steckt implizit in den Gleichungen S.171.

(27) Zurechtzurücken wäre manches auch in philosophischer Hinsicht. So spricht Bion öfters von der Unterscheidung zwischen primären und sekundären Qualitäten, wie Kant sie verstehe; die Unterscheidung kommt aber bei Kant gar nicht vor (sie stammt von Descartes und Locke) und hat in der Transzendentalphilosophie auch keinen Platz.

(28) Siehe den Aufsatz „Adjunktion als Denkfigur“ in meinen „Beiträgen“ (Anm. 4).

(29) E.Kleinert, Das kategoriale System und der Ort der Mathematik, Hamburger Beiträge zur Mathematik Nr.246 (2005).

(30) Siehe dazu einige Texte von F.Borkenau in dessen (von Richard Löwenthal herausgegebenem Essayband) „Ende und Anfang“, Stuttgart 1984, vor allem

„Urverbrechen und gesellschaftliche Paranoia“.

(31) Siehe etwa J.Piaget/B.Inhelder, die Entwicklung des inneren Bildes beim Kind, Frankfurt/M 1990.

(32) D.Niedecken, Körper-Ich und der Satz vom Widerspruch, Manuskript 2006.

(33) Der locus classicus für dieses Thema ist J.Hadamard, The Psychology of Invention in the Mathematical Field, Dover 1954. Das Buch enthält zwei Kapitel über das Unbewußte, aber Freuds Theorie wird nur in einer Fußnote gestreift. Siehe auch den Aufsatz „Über Kreativität und Freiheit in der Mathematik“ in meinen „Beiträgen“ (Anm. 4).

(34) C.F.v.Weizsäcker nennt die Naturwissenschaft den „harten Kern des Abendlands“. Man könnte hinzusetzen, daß die Infinitesimalrechnung den harten Kern der (mathematisierten) Naturwissenschaft bildet.

(35) Siehe Borkenau (Anm. 30) S.84, 158.

## Frege und Freud über die Verneinung

1

Die moderne Logik hebt das menschliche Denken, näherhin das Urteilen und Schließen, in einen Raum abstrakter Strukturen, in dem es mathematisch untersucht werden kann. Die Psychoanalyse schlägt in gewissem Sinne die entgegengesetzte Richtung ein, indem sie, sofern sie sich überhaupt mit dem Denken als solchem beschäftigt, nach dessen seelischen Ursprüngen fragt. So wird es als auffällige Koinzidenz erscheinen (die freilich einiges von ihrer Auffälligkeit verliert, wenn man sich die Wichtigkeit der Sache klarmacht), daß sowohl Gottlob Frege, einer der Begründer der modernen Logik, wie auch Sigmund Freud, der Begründer der Psychoanalyse, einen Aufsatz über die Verneinung geschrieben haben (wobei - meines Wissens - beide Autoren keine Kenntnis voneinander hatten). Wenn die Befunde der Logik und die der Psychoanalyse Bestand haben, sollte es möglich sein, sie zusammenzubringen. Dieser Aufgabe wollen wir hier nähertreten<sup>1)</sup>.

2

Freges Aufsatz „Die Verneinung“ erschien 1919 als zweiter einer Serie logischer Untersuchungen; vorausgegangen war „Der Gedanke“ (1918), es folgte „Gedankengefüge“ (1923), während der letzte über logische Allgemeinheit Fragment blieb<sup>2)</sup>. Ich resümiere die für uns relevanten Ergebnisse<sup>3)</sup>. Im Begriff des Urteils verbinden sich zwei Bestandteile, einmal der Akt des Urteilens, sodann der beurteilte Inhalt. Dieser propositionale Gehalt ist dasjenige, was wahr oder falsch sein kann, das, was alle gleichbedeutenden Urteile gemeinsam haben, oder auch das, was in dem Ausdruck „Die Tatsache, daß...“ durch die Punkte ausgedrückt wird. Diesen Inhalt nennt Frege den *Gedanken*. Jeder Gedanke ist nach Frege entweder wahr oder falsch. Ein falscher Gedanke ist ebensogut ein Gedanke wie ein wahrer, nicht so etwas wie ein „Scheingedanke“; die Seinsweise der Gedanken hängt von ihrer Wahrheit nicht ab. Ein Urteil besteht darin, daß ein Gedanke mit *behauptender Kraft* ausgesprochen wird. Der Gedanke wird damit *bejaht*. Das Urteil ist richtig, wenn dieser Gedanke wahr, und falsch, wenn er falsch ist. Ein Gedanke  $p$  wird *verneint*, indem der Gedanke nicht- $p$  mit behauptender Kraft ausgesprochen wird. In gewisser Weise kann man die behauptende Kraft mit einem Siegel vergleichen, durch das ein Gerichtsurteil erst Rechtskraft erlangt.

Frege wendet einigen Scharfsinn auf den Nachweis, daß das eigentliche Verneinen dem Gedanken gilt, nicht etwa dem Urteilsakt. Den Gedanken  $p$  zu verneinen, heißt den Gedanken nicht- $p$  zu bejahen, und das eigentliche Verneinen ist der Übergang von  $p$  zu nicht- $p$ . Um eine präzise Terminologie zu haben, wollen wir diesen Übergang als *Negation* bezeichnen<sup>4)</sup>. Die Negation ist demnach ein zunächst rein formaler Vorgang, nämlich das Hinzusetzen des Verneinungssymbols, die Verneinung gewissermaßen seine Bekräftigung. Der Aktcharakter des Urteilens bleibt davon unberührt; wer behauptet, daß nicht  $p$ , betätigt nicht eine andere Art des Behauptens, als wer  $p$  behauptet, er behauptet nur etwas anderes. Die „behauptende Kraft“ ist natürlich nichts Formales; mit ihr verbindet sich ein Geltungsanspruch, der aus dem Bereich des Formalen herausführt.

Ein negierter Gedanke ist durch seine bloße Form sofort als solcher zu erkennen. Eine andere Frage ist, ob ein Gedanke „inhaltlich“ betrachtet von verneinendem oder bejahendem Charakter ist. Man sieht, daß schon die Fragestellung nicht recht in unsere Begrifflichkeit paßt. Was ist der Inhalt eines Gedankens anderes als er selbst? Anhand von Beispielen wie „Christus lebt ewig“ und „Christus ist unsterblich“ macht Frege deutlich, daß es für eine solche Unterscheidung schwerlich allgemein anwendbare Kriterien geben kann. Auf der formalen Ebene hat die Frage gar keinen Sinn, denn wenn man (wie Frege) den Satz vom ausgeschlossenen Dritten zugrundelegt, kann jeder Gedanke als ein negierter Gedanke aufgefaßt werden (nämlich als Negat seines Negats).

### 3

Frege läßt sich nicht ein auf einen Versuch, das „Wesen“ der Verneinung zu erforschen oder den „Sinn“ des Verneinungsworts „nicht“ aufzuklären. Das formale Voranstellen des Verneinungsworts ändert natürlich nichts am Gedanken, das  $p$  in nicht- $p$  ist immer noch dasselbe wie zuvor, und das Verhältnis  $p$  und nicht- $p$  wird für die (klassische) formale Logik ausreichend beschrieben durch den Satz vom Widerspruch und das Tertium non Datur, also zwei formalen Eigenschaften der Negation, die man zusammenfassen kann in dem Satz, daß von den beiden Gedanken  $p$  und nicht- $p$  immer genau einer wahr ist. Schwieriger zu beschreiben ist freilich die Wirkung der Verneinung auf die *Bedeutung* oder auch nur unsere *Vorstellung* von  $p$ . Aber die erste gehört in die Erkenntnistheorie, die zweite in die Denkpsychologie, also beide nicht in die Logik <sup>5)</sup>. Frege macht jedoch klar, daß die Verneinung nicht, wie man vielleicht glauben könnte, den Gedanken irgendwie „auflöst“. Wenn ich den Gedanken „Die Rose ist rot“ verneine, spreche ich einem Subjekt ein Prädikat ab, was ja dem ersten Blick durchaus wie ein Zerlegen oder Abspalten erscheint. Aber ein „Getrenntsein“ des Prädikats vom Subjekt kann man allenfalls in der wahrgenommenen Realität konstatieren, wenn nämlich die Rose wirklich nicht rot ist (obgleich genau genommen schon eine solche Ausdrucksweise unstatthaft ist), nicht aber im Gedanken, der als negierter nur ein *neues* Verhältnis von Subjekt und Prädikat enthält, nicht aber ein „Unverhältnis“. Wäre es anders, müßte unverständlich bleiben, warum der zweimal negierte Gedanke mit dem ursprünglichen gleichbedeutend sein kann.

### 4

Während Freges Aufsatz einen systematischen Platz in einer recht ausgearbeiteten logischen Theorie einnimmt, scheint Freuds gleichnamiger, 1925 erschienener Text <sup>6)</sup> eher ein Nebenprodukt zu sein, dessen systematisches Potential nur angedeutet wird. Den Anlaß für seine Betrachtungen bot ihm die Leistung der Verneinung bei der Bewältigung von Verdrängung, die er in den ersten drei Absätzen beschreibt. Als Verneintes kann das Verdrängte wieder ins Denken kommen, es wird sozusagen hoffähig dadurch, daß es als verneint ausgegeben wird; solange Verneinung nicht verfügbar ist, kann das Verdrängte nicht bearbeitet und bewältigt werden. Nun *muß* aber die Auseinandersetzung mit dem Verdrängten stattfinden, wenn das Realitätsprinzip in Geltung kommen (der Mensch erwachsen werden) soll. Diese Notwendigkeit kann also als ein *movens* für die Ontogenese der Verneinung angesehen werden. Die Verneinung löst die Aufgabe, indem

sie – paradoxerweise – die Verdrängung vollendet, nämlich indem sie das, was nicht sein soll, für in der Tat nicht seiend erklärt; was nicht der Fall ist, muß ja auch nicht verdrängt werden. Das Verneinen des verdrängten Inhalts entschärft diesen gleichsam, so daß man sich ihm ungefährdet nähern kann. So kann die verneinte Aussage in der therapeutischen Situation die unverneinte vertreten; darin liegt übrigens, von keiner Seite, ein Verstoß gegen den Satz vom Widerspruch, denn ein Widerspruch setzt im Gegenteil voraus, daß die Bedeutungen von  $p$  und nicht- $p$  in aller Schärfe beibehalten werden <sup>7)</sup>. Natürlich hebt die Verneinung den psychologischen Tatbestand der Verdrängung noch nicht auf; sie macht den verdrängten Inhalt nur zugänglich.

Hier ergibt sich sofort ein Anschluß an Freges Begriffe. Denn das Verdrängte ist doch wohl ein Gedanke; der Patient (um bei Freuds Beispiel zu bleiben) verdrängt ja nicht die Mutter (dann könnte er gar nicht von ihr sprechen), sondern daß sie ihm im Traum erschienen ist, und das ist ein Gedanke im Sinne von Frege. Ähnlich ist der Satz „Er verdrängt seine Schuld“ nur eine Abkürzung für „Er verdrängt, daß er schuldig geworden ist“ oder „daß er das getan hat“. Eine notwendige Voraussetzung für die von Freud beschriebene Leistung der Verneinung ist offenbar die Abtrennung des Gedankens vom Urteilsakt, eine Abstraktionsleistung, die in einer Art von epoché besteht, einem Sich-Enthalten von Ja oder Nein. Von den beiden Ingredientien der Verneinung, Verneinungssymbol und behauptende Kraft, ist es natürlich die letztere, welche die eigentliche Arbeit am Verdrängten zu leisten hat - die Versicherung, daß das, was nicht sein darf, auch wirklich nicht der Fall ist.

## 5

Man könnte jetzt auf die Idee kommen, die „unterirdischen“ Prozesse, denen die Gedanken in der Fabrik des Unbewußten unterworfen werden, mittels des von Frege eingeführten logischen Instrumentariums nachzuzeichnen, oder konziser: diese Logik auch im Primärprozeß einzusetzen. Aber das scheitert schon daran, daß das Unbewußte nach Freud kein „Nein“ kennt (und, wie man wohl hinzusetzen darf, auch kein „Wenn-Dann“ und kein „Oder“), so daß eine operationsfähige Logik auf dieser Ebene nicht einmal denkbar ist. Dahinter aber steht die Tatsache, daß die Inhalte, die wir als Gedanken im Sinne Freges begrifflich dingfest machen können, im Unbewußten nicht in propositionaler Form, vielmehr als *Szenen* repräsentiert sind <sup>7a)</sup>.

Zu einer durchführbaren „ersten Approximation“ führt aber die Beobachtung, daß die Gedanken (Szenen) im Unbewußten stets mit bestimmten Triebregungen besetzt sind. Das kann von einer „Logik der Intentionen“ sehr wohl berücksichtigt werden, wie sie Frege selbst zwar nicht entworfen hat, die aber mittlerweile (durchaus in den Grenzen von Freges „Gedankenreich“) unter dem Titel „Epistemische Logik“ zu einer Spezialindustrie erblüht ist <sup>8)</sup>. Intentionale Einstellungen des Subjekts zu den Gedanken, wie Glauben, Erwarten, Hoffen, Wollen, werden mathematisch zu Operatoren  $X$  auf dem Gedankenreich (das man zu diesem Zweck ganz grob als Boolesche Algebra auffassen kann), die also einem Gedanken  $p$  einen neuen Gedanken  $X(p)$  zuordnen, zu lesen als „Ich glaube, daß  $p$ “ ect. Die erste Aufgabe ist dann, eine adäquate Axiomatik aufzustellen, die beschreibt, wie diese Operatoren mit den üblichen logischen



Operationen, die durch Junktoren und Quantoren beschrieben werden, zusammenwirken. Dabei tritt die Negation sofort in charakteristischer Weise hervor – in allen genannten Fällen ist die Implikation  $X(\text{nicht-}p) \rightarrow \text{nicht } X(p)$  sachgemäß (wie eine kurze Besinnung zeigt), die umgekehrte aber falsch <sup>9)</sup>. Man könnte sagen, daß der Gedanke  $X(p)$  eine „starke“ Negation hat, die das Argument des intentionalen Operators verneint, und eine „schwache“, die sozusagen den Operator selbst verneint <sup>10)</sup>.

## 6

Wir kehren zu Freuds Text zurück. Vom vierten Absatz ab stellt er allgemeine Betrachtungen über das Urteil an. Hierbei scheint ihm ein äquivoker Gebrauch des Begriffs der Urteilsfunktion zu unterlaufen, was darauf beruht, daß Urteilsakt und Gedanken nicht genügend unterschieden werden. Freud sagt zunächst, daß es „Aufgabe der intellektuellen Urteilsfunktion ist, Gedankeninhalte zu bejahen oder zu verneinen“, wobei also der Urteilsakt im Blick steht. Im folgenden Abschnitt heißt es aber, daß die „Urteilsfunktion im wesentlichen zwei Entscheidungen [zu] treffen“ habe: „Sie soll einem Ding eine Eigenschaft zu- oder absprechen, und sie soll einer Vorstellung die Existenz in der Realität zugestehen oder bestreiten“. Hier scheint der Urteilsakt unvermerkt in den Inhalt (den Gedanken) überzugehen, und „Urteilsfunktion“ ungefähr im Sinne Kants gebraucht <sup>91)</sup>, also etwa im Sinne von „Aspekte und Typen von Urteilen“. Die Logik seit Frege hat diese Funktionen in dem Standardapparat logischer Operationen erfaßt, mit dem formale Sprachen aufgebaut werden. Jedenfalls bezieht sich „Urteilsfunktionen“ in dieser Bedeutung nicht auf den Urteilsakt, sondern auf den Gedanken.

Diese Funktionen sieht nun Freud (in dem oben zitierten Satz) in einer Verengung, die vom Gesichtspunkt der formalen Logik zunächst befremden wird. In der gewöhnlichen Ausdrucksweise der Logik kennt er also nur „S ist p“ und „S ist (existiert)“ und deren Negationen. Damit sind nicht einmal alle Bedeutungen des „ist“ erfaßt (es fehlt die identifizierende wie in „Das ist Sokrates“). Ganz auf der Strecke bleiben relationale Aussagen wie „a ist größer als b“, die nicht als Aggregat von Eigenschaften ausgedrückt werden können, sowie Aussagen, die mittels Junktoren und Quantoren gebildet werden. Der Grund für diese Beschränkung ist leicht zu erkennen: die von ihm genannten Urteilsfunktionen sind die vom Kleinkind zuerst und ausschließlich betätigten. Freud hat nicht viel Mühe, sie mit der Triebtheorie in Verbindung zu setzen. Das Zu- und Absprechen läßt sich zurückverfolgen auf ein ursprüngliches Sich-Einverleiben oder Ausstoßen; die Realitätsprüfung einer Vorstellung erscheint ähnlich als Frage von Außen und Innen, ob nämlich das als Vorgestelltes im Innern Vorhandene auch außen vorfindlich ist.

## 7

Hier kommt eine Aufgabe in Sicht, die Freud im vorletzten Absatz formuliert: „Das Studium des Urteils [sc. der Ontogenese des Urteils, E.K.] eröffnet uns vielleicht zum erstenmal die Einsicht in die Entstehung einer intellektuellen Funktion aus dem Spiel der primären Triebregungen“. Er setzt also diese Entstehung als selbstverständlich voraus; es

geht ihm nur um das Wie. Die vorausgesetzte Hypothese wird man von einem quasi-kantischen Standpunkt aus genauer so formulieren: die Grundformen des theoretischen Agierens <sup>12)</sup>, die für die Gattung „Mensch“ spezifisch und in jedem Vertreter angelegt sind, werden in jenem Spiel *aktiviert*, es bewirkt ihre Ontogenese. Freud hat einen Anfang gemacht: Bejahen und Verneinen, die beiden möglichen Verhaltensweisen des Urteilens zu einem Gedanken, haben als Triebvorläufer das Einverleiben und Ausstoßen, die beiden möglichen Verhaltensweisen des Lust-Ichs zu einem Objekt; auch für Elementaraussagen „S ist p“ und „S existiert“ hat er triebtheoretische Hinter- oder Untergründe vorgeschlagen. Daß eine solche genetische Erklärung im Sinne der Triebtheorie zunächst nur die einfachsten und ursprünglichsten Urteilsfunktionen in den Blick nimmt, ist verständlich; aber sollten die übrigen gar keinen psychoanalytischen Aspekt aufweisen?

Das Neinsagen hat durch seine Vorstufen des Neinwollens oder Ablehnens einen ohne weiteres erkennbaren Triebvorläufer in der Unlust, die sich im Ausstoßen manifestiert. Für die Junktoren wird sich eine so auf der Hand liegende triebtheoretische Genese kaum finden lassen (allein schon, weil sie Operationen mit *zwei* Argumenten sind), allenfalls „Elementarsituationen“, aus denen sie hervorgehen, deren Triebbesetzung aber nicht mehr so eindeutig ist. Am ehesten läßt sich für das „Wenn-Dann“ eine solche Ursituation vorstellen, nämlich der auf das Schreien prompt erfolgende Nahrungsempfang. Das „Und“ mag eine Wurzel im „Noch mehr“ haben. Das echte „oder“ aber impliziert stets eine Stellungnahme zu einem Sachverhalt („Ich sehe ein Pferd oder einen Esel, aber ich kann nicht erkennen, worum es sich handelt“) und kann deswegen keiner sehr frühen Entwicklungsstufe angehören <sup>13)</sup>. Vollends setzt der Gebrauch von Quantoren eine gewisse Verfügung über propositional erfaßte Sachverhalte voraus.

## 8

Wenn wir auch die Unlust als Triebvorläufer des Verneinens akzeptieren, haben wir damit noch keine Antwort auf die Frage, was das Verneinen „eigentlich ist“. Noch das Ablehnen, eine intellektuelle Form des Ausstoßens, ist ja nicht dasselbe wie das Verneinen (auch wenn gelegentlich „Verneinen“ im Sinne von „Ablehnen“ gebraucht wird). Man könnte auf den (zugegeben abenteuerlichen) Gedanken kommen, die Verneinung durch ihre von Freud beschriebene Leistung bei der Arbeit am Verdrängten zu *definieren*: die Verneinung als diejenige intellektuelle Funktion, durch welche das Verdrängte wieder ins Denken geholt werden kann. Einen Ansatz dazu liefert die angedeutete Rolle der Verneinung als Vollenderin der Verdrängung. Aber erstens wäre eine solche These wohl nur sehr schwer zu begründen, und zweitens wäre mit ihr nichts gewonnen, denn das Verneinen verstehen wir, auch wenn wir es nicht definieren können und viele Fragen offen sind, sehr viel besser als das Verdrängen <sup>14)</sup>. Wir müssen uns wohl mit der Feststellung begnügen, daß das Verneinen im wesentlichen eine irreduzible Tätigkeit des theoretischen Agierens ist, die man nicht wirklich auf andere zurückführen, sondern höchstens - mehr oder weniger synonym - umschreiben kann.

Das bedeutet aber nicht, daß es sinnlos sei, sich um mehr Klarheit zu bemühen, indem wir nach der Ontogenese fragen. Das Verneinen, sagten wir, ist eine Verhaltensweise des

Denkens zu einem Gedanken. Es setzt (wie schon angedeutet) voraus, daß das Denken gelernt hat, den Gedanken selbst als unbeurteilten zu nehmen und das Verhalten zu ihm, das Ja- oder Nein-Sagen auszusetzen. Etwas allgemeiner gesehen, ist dies die Voraussetzung dafür, daß das Denken den Sachverhalt, den der Gedanke ausdrückt, mit andern Sachverhalten in Beziehung bringen, etwa als Ursache oder Wirkung begreifen, kurzum zum Gegenstand theoretischen Agierens machen kann. In seinem Buch über die Genese der menschlichen Kommunikation <sup>15)</sup> beschreibt R.A.Spitz, dabei in besonders ausdrücklicher Weise auf Freuds Verneinungsaufsatz Bezug nehmend<sup>16)</sup>, die Entwicklung, die vom *rooting* über das (auch bei andern Säugetieren anzutreffende) abwehrende Kopfschütteln bis zum Neinsagen im zweiten Lebensjahr führt, welches selbst zunächst nur ein Ausdruck des Nichtwollens ist, aber zugleich eine erste Abstraktionsleistung darstellt und die Basis für alle folgenden ist <sup>17)</sup>. Die Darstellung von Spitz hält sich im begrifflichen Rahmen der Triebdynamik und stellt so nur eine erste Annäherung dar. In weit größerem situativem Detail, dabei Ideen von Lorenzer und Bion heranziehend, beschreibt ein neuerer Aufsatz von Dietmut Niedecken das „Aufbrechen der Dyade“, das Sich-Herauswinden des Denkens aus dem Bannkreis der Szene, bei welchem eine Situation, die schon zuvor erlebt wurde, die aber nicht vorliegt, als erwartete und vorgestellte eine „virtuelle“ Realität zu gewinnen anfängt und damit als propositionaler Gehalt ins Wollen und Planen tritt <sup>18)</sup>. Auch ist hier der Bezug zur formallogischen Sphäre, der bei Spitz kaum angedeutet wird, ausdrücklich hergestellt.

Man sollte sich hier allerdings fragen, was grundsätzlich erreicht werden kann. Den epistemisch-ontologischen Quantensprung zwischen dem Erleben der Szene und der Entbindung des Gedankens wird man nur eingrenzen, aber nicht exakt lokalisieren können. Wir erwarten, daß die Natur auch hier keine Sprünge macht; andererseits können wir uns Bewußtsein nur als vorhanden oder nicht vorhanden denken. Für die Logik ist der Übergang jedenfalls diskret, im einfachsten Fall zur typentheoretisch nächsten Stufe.

## 9

Mit der Verneinung verbunden ist ein logisch-philosophischer Problemkreis, auf welchen von der Psychoanalyse Licht fällt, nämlich die zwischen Bejahung und Verneinung bestehende Asymmetrie. Diese hat zunächst einen ökonomischen Aspekt: es ist evident, daß eine verneinende Aussage unsere Information über den fraglichen Sachverhalt zwar (mehr oder weniger) vermehrt, aber uns noch nicht zur Kenntnis dessen, was vorliegt, verhilft (außer in dem Fall, daß nur zwei Alternativen möglich sind). Die ältere Logik nannte das verneinende Urteil darum auch das „indefinite“ <sup>19)</sup>. Die naheliegende Frage nach dem Zweck einer solchen Denkfunktion löst sich sofort, wenn man auf die Rolle des urteilenden Denkens blickt – das meiste von dem, was begegnet, ist nicht das, was wir suchen, so daß zum Neinsagen viel mehr Anlässe bestehen; und zum Glück müssen wir in der Regel nicht die „wahre Natur“ einer Sache ergründen, um feststellen zu können, daß sie von der gesuchten verschieden ist. Die triebtheoretische (oder ganz einfach biologische) Entsprechung ist banal: der Organismus lebt von dem, was er sich einverleibt; das meiste Begegnende aber ist derart, daß er es besser von sich fernhält.

Eine zweite Asymmetrie ist die der logischen Priorität, die (wie wir schon feststellten) in formaler Hinsicht klar ist: das Verneinungssymbol ist „ungesättigt“ (man beachte die Verwandtschaft dieses Ausdrucks mit dem oben herangezogenen Einverleiben/Ausstoßen); mathematisch gesprochen ist es ein Funktionszeichen, zu dem ein Argument gegeben werden muß, damit eine Aussage zustandekommt. Negation setzt also ein zu Negierendes voraus, ein vorgängig Gesetztes. Die Umkehrung ist falsch; man kann sogar Logik ohne Negation aufbauen, indem man die Implikation als undefinierte Grundoperation nimmt und „nicht p“ definiert durch „p impliziert das Falsum“<sup>20)</sup>. Der Sprechakt zeigt diese Asymmetrie dadurch, daß er gewöhnlich keinen eigenen Ausdruck der Bejahung hat und der Geltungsanspruch schon in der einfachen Aussage liegt: „Die Rose ist rot“ bedeutet dasselbe wie „Es ist wahr, daß die Rose rot ist“; nur wo eine Feststellung überraschend kommt oder Widerspruch zu erwarten ist, wird die Affirmation explizit zum Ausdruck gebracht<sup>21)</sup>. Hierzu findet man bei Spitz eine triebtheoretische Parallele: „Affirmation is the essential attribute of instinct. No conscious counterpart, no ideational content is required to elicit the appetitive properties of the drive...“<sup>22)</sup>. Der Trieb ist geradezu das Gegebene schlechthin, er bedarf, um sich auszuwirken, keiner Zustimmung, keiner Begleitung in Form propositionaler Gehalte, er ist, wenn der Ausdruck gestattet ist, das Ja-Seiende von allem Anfang an (und bei Schopenhauer als Wille zur ontologischen Dignität des An-Sich-Seienden gebracht).

## 10

Weil der Trieb von selbst wirkt, ohne daß er eigens bejaht werden muß, wird die symbolische, zuerst im Kopfnicken vollzogene Bejahung erst erfordert als Reaktion auf eine Versagung<sup>23)</sup>; so erklärt sich die zunächst vielleicht paradox scheinende Tatsache, daß Ja sagen später erlernt wird als Neinsagen<sup>24)</sup>. Und zu *dieser* Abhängigkeit des Ja vom Nein gibt es wiederum ein logisches Pendant, das sich zeigt, wenn wir nicht auf das Formale, sondern auf die Funktion des Urteilens achten. Der Satz „Die Rose ist rot“ hat eine Funktion nur dann, wenn es auch andere Farben gibt, also der Satz auch verneint werden kann. Wenn es nur *eine* Farbe gäbe, gäbe es den Begriff der Farbe nicht. Allgemeiner wird jede spezifische Beschaffenheit begrifflich faßbar nur, insofern es Alternativen zu ihr gibt. Eine Hinsicht (etwa im Sinne einer aristotelischen Kategorie), bezüglich der alle Gegenstände dieselbe Bestimmung aufweisen, kommt gar nicht zum Begriff, und wenn doch, dann könnte dieser Begriff zu unserer Erkenntnis der Gegenstände nichts beitragen; denn alle Erkenntnis besteht im Unterscheiden. So erscheinen So-Beschaffenheit und Andersheit gleichursprünglich, und die Andersheit als eine Voraussetzung von Verneinung, aber nur eine notwendige, keine hinreichende, denn das Wahrnehmen von Andersheit müssen wir auch dem Tier zusprechen, wenn es etwa zwischen zwei Futterportionen wählt<sup>25)</sup>. Die psychoanalytische Entsprechung wäre, wenn wir Freuds Deutungen übernehmen, die Frage nach der Gleichursprünglichkeit von Einverleibung und Ausstoßung.

## 11

Die sicherlich bedeutsamste, aber auch schwierigste mit der Verneinung verbundene Frage ist ihr Verhältnis zum Selbstbewußtsein<sup>26)</sup>. Fragen wir, um eine einigermaßen klare

Vorgabe zu haben, nach der Abhängigkeit des einen vom andern. Wir sahen, daß schon das Negieren, als Operation mit einem Gedanken, eine Abstraktion voraussetzt, nämlich die Ablösung eines propositionalen Gehalts von einem wahrgenommenen Weltzustand. Damit wird eine Instanz aktiviert, die fähig ist, die propositionale Repräsentation eines Sachverhalts unabhängig von dessen Vorliegen oder Nichtvorliegen in ihre Operationen einzubeziehen. Gewöhnlich sagt man, daß damit ein Bewußtsein vom Sachverhalt besteht. Es ist aber nicht klar, inwieweit bei diesem Ablösen ein *Selbstbewußtsein* oder überhaupt so etwas wie *Personalität* notwendig involviert wird. Natürlich sind es gewöhnlich wir selbstbewußten Personen, die solche Abstraktionen vollziehen; aber ein zwingender Grund für die Beteiligung eines Selbst an der Abstraktion, der also nur im Verhältnis von dem, *was*, und dem, *woraus* abstrahiert wurde, liegen dürfte, also im Verhältnis vom abstractum und seinem „Rohstoff“, ist nicht auszumachen, denn dieses Verhältnis ist ein rein logisches. Auch einen Automaten kann man dazu bringen, einen Sachverhalt in einen Satz zu verwandeln und mit andern Sätzen zusammen weiterzuverarbeiten. Das Verneinen selbst schließlich kann das Resultat eines Vergleichsvorgangs sein, der in einfachen Fällen mechanisierbar ist und mit Bewußtsein nichts zu tun haben muß.

Umgekehrt ist die Sachlage ein wenig deutlicher. Insofern Selbstbewußtsein geknüpft ist an propositionales Verhalten, dieses aber, wie oben erklärt, die Fähigkeit des Verneinens impliziert, kann man diese als eine notwendige Voraussetzung für jenes ansehen. Aber wenn für jenes Geknüpftsein phänomenologische Rechenschaft gefordert wird, stellen sich Schwierigkeiten ein. Es ist nicht einfach, bei dem, was wir gewöhnlich als Selbstbewußtsein erleben und wahrnehmen, von einem bloßen *Selbstgefühl* einen propositionalen Anteil abzuschneiden, in dem für Negation überhaupt erst Raum wäre. Das „Ich denke“, welches nach Kant alle meine Vorstellungen muß begleiten können, wenn es wirklich die meinigen sein sollen, tut dies jedenfalls nicht dauernd in manifester Weise, und die kühne Formel von der „transzendentalen Einheit der Apperzeption“, die garantieren soll, daß die wechselnden Vorstellungen ein und demselben „zugrundeliegenden“ Ich angehören, ist eher eine Beschreibung als eine Lösung des Problems. Wenn man sich fragt, in welchen Situationen man sich am stärksten als „sich selbst“ erlebt, als das, was man „eigentlich“ ist, dann wird man solche finden, in denen man am meisten bei bestimmten Sachen ist, also gerade nicht beim Selbst, und von Negation ist dabei wenig zu sehen.

## 12

In seinem schon herangezogenen Buch kommt Spitz zu dem Ergebnis, daß der Erwerb der Verneinung und der Erwerb von Selbstbewußtsein sich durch dieselben Prozesse vollziehen, die er in drei Stufen der Individuation oder Abtrennung gliedert: mit der Geburt wird aus dem Fötus ein selbständiges (discrete) *physisches* Wesen (entity); im Alter von drei Monaten erwirbt das Kind Bewußtsein (awareness) von einem Nicht-Ich und wird dadurch ein selbständiges *psychologisches* Wesen; schließlich folgt im zweiten Lebensjahr die Bewußtwerdung des Ich, wodurch ein selbständiges *soziales* Wesen entstanden ist <sup>27)</sup>. Jeder dieser Schritte wird durch eine Frustration erzwungen, zuerst auf physischer, dann auf psychischer Ebene. Damit ist eine Gleichursprünglichkeit von

„Nein“ und „Ich“ erwiesen, aber keinerlei Bedingtheit des einen vom andern; eine solche Ableitung wäre im begrifflichen Rahmen des Buchs auch nicht gar denkbar („Selbstbewußtsein“ ist kein psychoanalytischer Begriff). Bemerkenswert vom logisch-philosophischen Gesichtspunkt ist hierbei, daß auf der zweiten Stufe nach Spitz zwar Bewußtsein von einem Nicht-Ich, aber nicht vom Ich vorliegt. Damit kann natürlich nicht gemeint sein, daß das Nicht-Ich (die Mutter) *als solches* bewußt wird; es wird also behauptet, daß das Kind ein Bewußtsein von einer (andern) Person, aber keines von sich selbst hat. Nur auf dem Weg über das Nicht-Ich, welches aber ein Ich eigenen Rechts ist, bildet sich das Ich<sup>28)</sup>. In unserer *Beschreibung* der Ontogenese geht demnach die Negation dem Selbstbewußtsein voran; was in der *Erfahrung* der Ontogenese stattfindet, ob das Ich vom Nein sozusagen aufgeweckt wird, oder ob sich umgekehrt das erwachte Ich im Nein zuerst manifestiert, wissen wir damit noch nicht; aber ist das noch eine sinnvolle Frage, genauer: durch was für Beobachtungen könnte sie entschieden werden? Wie im vorletzten Abschnitt befinden wir uns auch hier bei Problemen, die spätestens seit Platon Themen der Philosophie sind, von denen man aber nicht sagen kann, daß eine auch nur überwiegend akzeptierte Klärung erreicht wäre.

13

Wir brechen unsere Betrachtungen ab, da sie nicht nur auszufern drohen, sondern sich auch von ihrem Ausgangspunkt unzulässig weit entfernt haben. (Immerhin können wir geltend machen, daß Freud überall gegenwärtig ist, wo von Psychoanalyse, und Frege, wo von moderner Logik gesprochen wird.) Ein grundsätzlicher Einwand wird sich in manchem Leser erhoben haben: eine logische oder philosophische Frage, so wird man sagen, kann nicht durch Psychoanalyse beantwortet werden, und ebensowenig ist das Umgekehrte möglich. Das Entsprechende trifft überall da zu, wo zwei Bereiche des Wissens keine gemeinsame Sprache sprechen; und solange das der Fall ist, wird jede interdisziplinäre Bemühung über Bekundung guten Willens kaum hinauskommen. Aber die intellektuellen und die affektiven Funktionen im Menschen bilden zweifellos eine (wenn auch oft auseinanderstrebende) Einheit. Demnach *muß* ein theoretischer Rahmen möglich sein, in dem sie beide für sich und dann auch ihr Verhältnis zueinander, ihre Entsprechungen wie ihr Widerstreit, formuliert und in wissenschaftlicher Weise behandelt werden können. Ein gemeinsamer begrifflicher Rahmen für verschiedene Wissensbereiche wird sich konstruieren lassen, wenn diese selbst eine genügend scharfe begriffliche Fassung gefunden haben. Im größeren Rahmen könnten Fragen, die zuvor unbeantwortet blieben, befördert werden; die beiden letzten Abschnitte haben wohl deutlich gemacht, daß das Verhältnis von Verneinung und Selbstbewußtsein weder von der Logik noch von der Psychoanalyse allein befriedigend geklärt werden kann. Die Entwicklung der Einzelwissenschaften wurde erst möglich durch ihr Heraustreten aus einem allgemeinen Rahmen, etwa einer „Naturphilosophie“, durch die Emanzipation sozusagen regionaler Denkansätze und Methoden; aber es könnte sein, daß, wenn sie einen gewissen Reifegrad erreicht haben, weitere Förderung nur in erneutem Zusammenschluß gesucht werden kann. Wieviel Geduld dazu nötig sein kann, zeigt die Mathematik, die mehr als 2000 Jahre gebraucht hat, um die mathematischen Weltteile der Geometrie und der Zahlenlehre zu wirklicher Einheit zu bringen<sup>29)</sup>.

Genügend scharfe begriffliche Fassung wird letztlich auf Axiomatisierungen hinauslaufen<sup>30)</sup>. Für die Logik liegen solche seit langem vor; den Kernbestand bilden dabei Aussagen- und Prädikatenlogik, die sich durch Berücksichtigung von Modalitäten, von Zeitlichkeit, von Sollen und Müssen zur modalen, temporalen und deontischen Logik erweitern lassen (und das ist längst nicht alles). Mustert man diese Weiterungen und Variationen, erscheint der Gedanke einer axiomatischen psychoanalytischen Theorie vielleicht nicht mehr ganz so absurd wie auf den ersten Blick. Sogar der „Mensch mit seinem Widerspruch“ hat Platz in der parakonsistenten Logik, die in gewissem Umfang Widersprüchlichkeit ins Sprachspiel einläßt<sup>31)</sup>. Das Hauptproblem ist, von der Sache her gesehen, der Selbstbezug, der den Widerspruch erst ermöglicht und der natürlich für das menschliche Seelenleben konstitutiv ist. Mit Selbstbezug, in einfachster Form, hat die Logik längst umzugehen gelernt; er ist der Schlüssel zum Beweis des Gödelschen Unvollständigkeitssatzes<sup>32)</sup>. Vom gegenwärtigen Stand der Diskussion gesehen, ist das Hauptproblem vielleicht die Verständigung über die *Verwendung* (nicht die Bedeutung) der Grundbegriffe; denn Axiomatisierung ist letztlich nichts anderes als eine Festlegung dieser Verwendung. Vielleicht sind die Dinge für eine solche Festlegung noch zu sehr im Fluß; aber die Notwendigkeit ist wohl deutlich genug zu erkennen.

#### Anmerkungen und Nachweise

(1) Unsere beiden Texte sind natürlich in ihrem Bereich längst „kanonisch“. Mittlerweile hat auch die Psychoanalyse Frege rezipiert, wie etwa bei W.Bion deutlich wird. Umgekehrt wird in dem logisch-linguistisch orientierten Buch von L.Horn, *A Natural History of Negation*, The University of Chicago Press (1989), auch Freuds Verneinungsaufsatz referiert, aber es bleibt beim Referat (das gilt im wesentlichen auch für den von Horn zitierten Aufsatz von J.Buelens, *Negation in Freud, Logique et Analyse* 15 (1972), 319-331). Ein direkter Vergleich der beiden Texte ist mir nicht bekannt.

(2) Vgl. die Einleitung von G.Patzig zu seiner Ausgabe dieser (und anderer) Schriften von Frege in: G.Frege, *Logische Untersuchungen*, Göttingen 1986.

(3) Den für uns irrelevanten ontologischen Aspekt lassen wir beiseite. Freges „Verneinung“ beginnt mit der Behandlung der Frage, ob das Sein der Gedanken in ihrem Wahrsein besteht, was im negativen Sinn entschieden wird, weil auch falsche Gedanken als Teile von wahren auftreten können. Frege glaubte, für die Gedanken ein Sein unabhängig vom Denken postulieren zu müssen. Meine Auffassung dazu habe in meinem Aufsatz „Was bedeutet logisches Gelten?“ (Hamburger Beiträge zur Mathematik 2005, Anhang) dargelegt.

(4) Eine andere Möglichkeit wäre, „Verneinen“ durch „Bestreiten“ zu ersetzen. Aber das wäre ein zu weit gehender Eingriff in den Sprachgebrauch.

(5) Erhellend hierzu Wittgenstein: „Verneinen: eine geistige Tätigkeit. Verneine etwas und beobachte, was du tust! - Schüttelst du etwa innerlich den Kopf? Und wenn es so ist – ist dieser Vorgang nun unseres Interesses würdiger als etwa der, ein Verneinungszeichen in einen Satz zu schreiben? Kennst du jetzt das *Wesen* der Negation?“ (Philosophische Untersuchungen, Nr. 547).

(6) GW Bd. XIV, 11-15.

(7) Hier kann die Beobachtung erwähnt werden, die Freud in seinem Aufsatz über den „Gegensinn der Urworte“ bespricht (GW VIII, 214-221). Von einem logischen Gesichtspunkt aus wäre das Phänomen so zu deuten, daß die „Urworte“ einmal eine abstraktere Bedeutung hatten; wenn „altus“ gleichzeitig „hoch“ und „tief“ bedeuten kann, wird man schließen, daß der Ausdruck ursprünglich jede Erstreckung in der Vertikalen meinte.

(7a) Siehe A.Lorenzer, Sprachzerstörung und Rekonstruktion, Frankfurt 1970.

(8) Siehe etwa W.Stelzner, Epistemische Logik, Berlin 1984.

(9) Bemerkenswert ist auch, wie die Umgangssprache die Unterscheidung gewissermaßen verleugnet - „Ich will nicht, daß p“ bedeutet in aller Regel dasselbe wie „Ich will, daß nicht p“ und nicht bloß „Es ist nicht der Fall, daß ich p will“.

(10) Formal ist das analog zum Unterschied von Prädikatnegation („Die Rose ist nicht rot“ = „Es ist nicht der Fall, daß die Rose rot ist“) und Prädikattermnegation („Die Rose ist nicht-rot“ = „Die Farbe der Rose ist nicht-rot“). Die letztere wollte Frege gänzlich eliminieren; vgl. die Diskussion in Horn (Anm. 1), bes. S. 15 ff. Starke und schwache Negation tritt auch unabhängig von Intentionen auf, wie „Er ist nicht glücklich“ vs. „Er ist unglücklich“. Hierzu hat die kategoriale Logik neuerdings überzeugende mathematische Modelle beigetragen.

(11) Siehe die Tafel der Urteilsfunktionen in der „Kritik der reinen Vernunft“. Ich verweise auch auf meinen Aufsatz „Categories in Philosophy and Mathematics“, in: M. Rahnfeld (Hrsgb.), Gibt es sicheres Wissen? Leipziger Universitätsverlag 2006.

(12) Für den Begriff „theoretisches Agieren“ siehe meinen Aufsatz „Das kategoriale System und der Ort der Mathematik“, Hamburger Beiträge zur Mathematik 2005, und mein Buch „Mathematik für Philosophen“, Leipziger Universitätsverlag 2005.

(13) Die klassische Boolesche Logik ebnet den Unterschied von „und“ und „oder“ ein, indem sie beide vermöge der de Morganschen Regeln auseinander hervorgehen läßt; algebraisch betrachtet ist Negation ein Anti-Automorphismus des Aussagenverbands, der Konjunktion und Disjunktion vertauscht. Erst das Aufkommen der intuitionistischen und konstruktiven Logik hat den tiefgehenden Unterschied ans Licht gebracht.

(14) Das Grundbuch ist Horn (Anm. 1). Es verdient erwähnt zu werden, daß Horn auch



auf psychologische Aspekte der Verneinung eingeht (Kap.3). Einen Eindruck von neueren Entwicklungen vermittelt der Sammelband „What is Negation?“, ed. D.Gabbay/H.Wansing, Dordrecht 1999. In beiden unberücksichtigt ist die Entwicklung der kategorialen Logik, die in den letzten Jahrzehnten einen Aufschwung genommen hat; für einen ersten Einblick darin siehe S.MacLane/I.Moerdijk, *Sheaves in Geometry and Logic*, Springer 1992. Mit der Verneinung beschäftigen sich neuere Arbeiten von G.E.Reyes und Andern.

(15) R.A.Spitz, *Yes and No – On the Genesis of Human Communication*, International Universities Press, New York 1953.

(16) a.a.O. S. 86ff, S.148.

(17) „I believe that the gesture of *semantic* negative head-shaking is the visible indicator of the fact that the abstraction of a refusal or a denial has been achieved...As such it is the first step on the road to the much vaster symbolic function in the verbal field which begins in the second half of the second year“ a.a.O. S.100 (Hervorhebung vom Autor).

(18) D.Niedecken, *Körper-Ich und der Satz vom Widerspruch*, Manuskript 2006. Siehe auch die Arbeiten von D.Niedecken „Zur Selbstreferenz des Bewußtseins“, *Psyche* (56), Sonderheft Sept./Okt. 2002, 922-945, und „Kinderszenen, oder: Wie findet sich das Subjekt in die Szene?“ in: *Sprache, Sinn und Unbewußtes*, Festschrift A.Lorenzer, ed.diskord, Tübingen 2003.

(19) Woraus in der Spätantike durch einen Schreibfehler „infinīt“ wurde und daraus das noch bei Kant anzutreffende, sachlich aber unangebrachte „unendliche“ Urteil.

(20) Siehe dazu G.F.C.Griss, *Indagationes Math.* 13 (1951), 41-49. Das Falsum fungiert also als eine „Urnegation“, die durch den Implikationstrick stellvertretend für alle andern wird. Die Schwierigkeit liegt in der adäquaten Axiomatisierung der Implikation ohne Verwendung einer Negation. Die Standardmodelle werden heute im Begriff der Heytingalgebra erfaßt; siehe dazu S.Mac Lane/I.Moerdijk (Anm. 14).

(21) Frege führte in seiner Begriffsschrift ein Behauptungssymbol ein, um den Gedanken vom behaupteten Gedanken zu unterscheiden; auf der rein theoretischen, mit der Wahrheitsfrage noch nicht befaßten Ebene ist das natürlich überflüssig. Freges Bejahungszeichen dient heute in zwei Varianten als Symbol für Wahrheit (im Sinne von Tarski) und für Deduzierbarkeit.

(22) Spitz a.a.O. S.104.

(23) nämlich der Brust; a.a.O. S.112.

(24) a.a.O. S.107.

(25) Siehe zum Themenkreis den Artikel „Negation“ (Hrachovec) im Handbuch

philosophischer Grundbegriffe, München 1973, 980-991, besonders W.Flach, Negation und Andersheit, München 1959.

(26) Man hat bemerkt, daß die intrikatesten logischen Probleme, allen voran das Lügnerparadoxon, auf einer Kombination von Selbstbezug und Negation beruhen.

(27) Spitz a.a.O. S.126/127, 136. Mein Referat von Spitz ist etwas summarisch und berücksichtigt nicht seine Unterscheidung von Ich, Ego und Selbst. Ich kann aber nicht sehen, wie er „awareness“ und „conscious“ unterscheidet; jedenfalls kommt der Unterschied nicht zur Sprache.

(28) Natürlich denkt man hier an Fichtes Dialektik von Ich und Nicht-Ich, die zwar anders verläuft (das Ich setzt sich selbst wie auch das Nicht-Ich), aber natürlich auch etwas Anderes beschreiben soll, nämlich nicht die Genese des Denkens, sondern die Genese eines Systems der Wissenschaften in einem schon ausgebildeten Denken. Immerhin liegt ein gemeinsames Moment darin, daß erst auf der dritten Stufe eine echte Synthese erreicht wird, auf alle folgenden aufbauen.

(29) Siehe dazu auch meinen Aufsatz „Von Zahlen und Figuren“, Hamburg 2006.

(30) Jeder Mathematiker denkt hier an den bekannten Ausspruch Hilberts, demzufolge alles, was überhaupt zur Bildung einer Wissenschaft reif sei, notwendig der Axiomatik und so mittelbar der Mathematik anheimfalle.

(31) Eine Einführung bietet M.Bremer, An Introduction to Paraconsistent Logics, Frankfurt/M 2005. Voraussetzung ist natürlich die Elimination gewisser klassischer Schlußweisen, insbesondere des „ex falso quodlibet“.

(32) Die Formel, deren Unentscheidbarkeit den Satz beweist, ist eine solche, die in gewisser Weise ihre eigene Unbeweisbarkeit behauptet (auch hier eine Kombination von Selbstbezug und Negation). Das Entscheidende dabei ist, daß in der Objektsprache eine solche Formel, die ja zunächst der Metasprache anzugehören scheint, überhaupt gebildet werden kann; der Nachweis der Unentscheidbarkeit ist dann leicht. Grob gesagt: die Peanoarithmetik ist selbstreferentiell; sie kann Aussagen machen nicht nur über Zahlen, sondern auch über Aussagen über Zahlen.

### **Danksagung**

Die Anregung zu diesen Arbeiten verdanke ich meiner Frau, Dietmut Niedecken, die mich auf die einschlägige Literatur (psychoanalytischer Provenienz) hinwies und deren Sachverstand mich vor manchem Mißverständnis bewahrt hat. (Für das Stehengebliebene übernehme ich natürlich allein die Pflicht zur Rechenschaft.)

